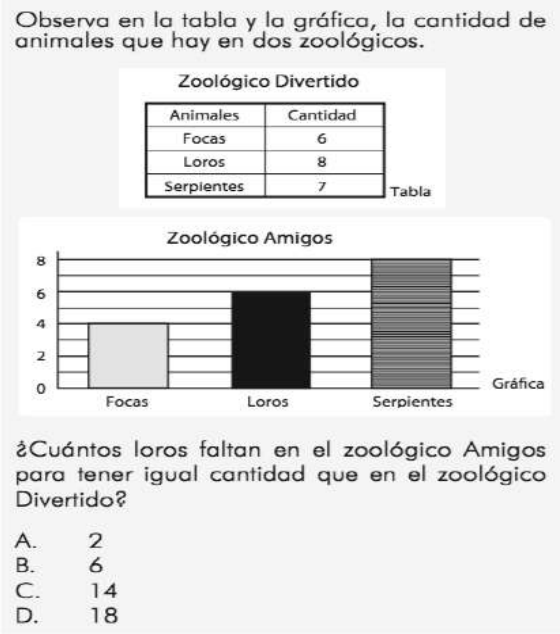
ORIENTACIONES PEDAGÓGICAS PARA MATEMÁTICAS[1]
(Estrategia de Evaluación y Mejoramiento Institucional – EEMI)

La dificultad de los estudiantes para responder acertadamente en las preguntas planteadas por el ICFES en las pruebas SABER 3º, 5º y 9º se derivan de las capacidades exigidas por actividades descritas en los niveles de desempeño. A continuación se presentan una serie de orientaciones pedagógicas, basadas en la guía de interpretación y uso de resultados de la prueba SABER 2016 del ICFES y otros documentos propios del MEN.

MATEMÁTICAS GRADO 0° a 3°

Existen preguntas donde el estudiante debe leer información puntual relacionada con situaciones cotidianas y representadas en una tabla y una gráfica con escala explícita y líneas horizontales. Como por ejemplo,

Un ejemplo de ítem del nivel mínimo


Observa en la tabla y la gráfica, la cantidad de animales que hay en dos zoológicos.

Zoológico Divertido

Animales	Cantidad
Focas	6
Loros	8
Serpientes	7

Tabla

¿Cuántos loros faltan en el zoológico Amigos para tener igual cantidad que en el zoológico Divertido?

A. 2
B. 6
C. 14
D. 18

Ilustración 1.ICFES, 2016:44

En esta pregunta se aborda el pensamiento aditivo en su función de comparación. La

[1] ICFES. Guía de Interpretación y Uso de Resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9°. 2016

otra función del pensamiento aditivo es la transformación.

En la función de comparación, las situaciones se caracterizan por tener dos partes, un total o una diferencia entre las partes. Enseñar a los estudiantes a reconocer los contextos aditivos de comparación es el primer paso para lograr que puedan resolver correctamente los problemas. Para ayudarlos a reconocer la estructura, se pueden observar los siguientes diagramas, teniendo en cuenta que en la pregunta, el número de loros en cada zoológico es una parte y se interroga por la diferencia entre estas partes.

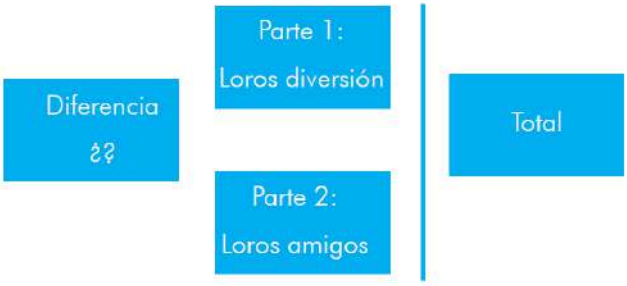


Ilustración 2. Diagrama contextos aditivos comparativos. Fuente: MEN, 2016

Trabajar sobre la estructura, de manera meta cognitiva, es útil para enseñar, no solamente algoritmos matemáticos, sino razonamiento cuantitativo en general.

Algunos ejemplos de problemas que el docente puede utilizar con sus estudiantes para afianzar el pensamiento aditivo en función de combinación, cambio, comparación e igualación, se presentan a continuación en el siguiente esquema:

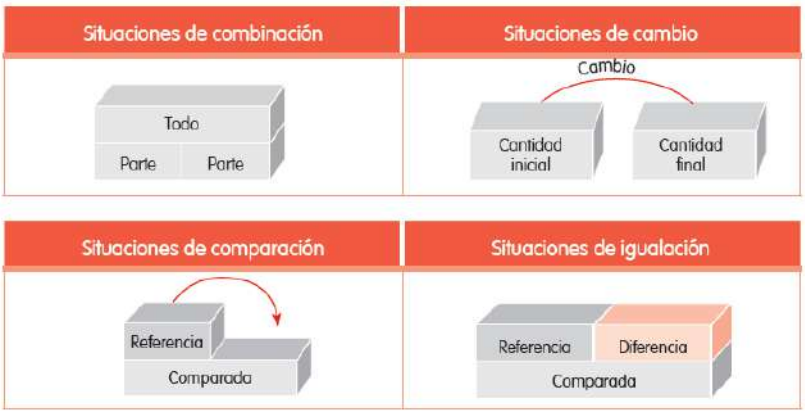


Ilustración 3. Tipos de problemas del campo aditivo. Fuente: Tomado de internet en la URL: http://cor.to/1LzT

	Referencia	Comparada	Diferencia	Más	Menos
COMPARACIÓN 3	Dato	Incógnita	Dato	x	
	Andrés tiene 6 años. Pepe tiene 4 años más que Andrés. ¿Cuántos años tiene Pepe?				
COMPARACIÓN 4	Dato	Incógnita	Dato		X
	Andrés tiene 12 figuritas. Pepe tiene 4 figuritas menos que Andrés. ¿Cuántas figuritas tiene Pepe?				
COMPARACIÓN 5	Incógnita	Dato	Dato	X	
	Andrés tiene 17 cubos., que son 5 cubos más que los que tiene Pepe. ¿Cuántos cubos tiene Pepe?				
COMPARACIÓN 6	Incógnita	Dato	Dato		X
	Andrés tiene 17 soles, que son 6 soles menos que los que tiene Pepe. ¿Cuántos soles tiene Pepe?				

Ilustración 4. Problemas de comparación en el campo aditivo. Fuente: Tomado de internet en la URL: http://cor.to/1LzT

Enseñar a reconocer las características del contexto de este tipo de situaciones, permite identificar los algoritmos para su solución, de modo que puedan comprender a través de la ejemplificación u otros procesos, **que el todo es mayor que cualquiera de las partes, de modo que se llega a él a través de una suma**. **En cambio, la diferencia es menor que al menos una de las partes, por lo que se llega a ella a través de una resta**. Análisis análogos se pueden hacer para el caso de las partes, dependiendo de los insumos que se tengan.
Veamos otros ejemplos.

Ilustración 5. Problemas de combinación. Fuente: tomado de internet en la URL: http://cor.to/1LLn

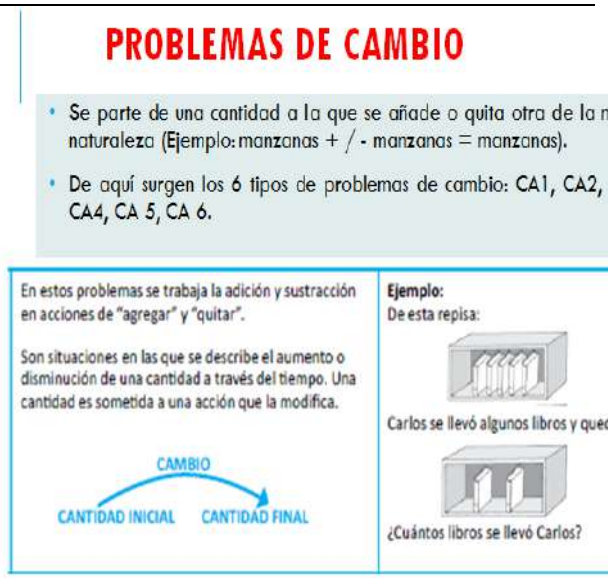


Ilustración 6. Problemas de cambio. Fuente: tomado de internet en la URL: http://cor.to/1LLn

Ilustración 7. Problemas de comparación. Fuente: tomado de internet en la URL: http://cor.to/1LLn

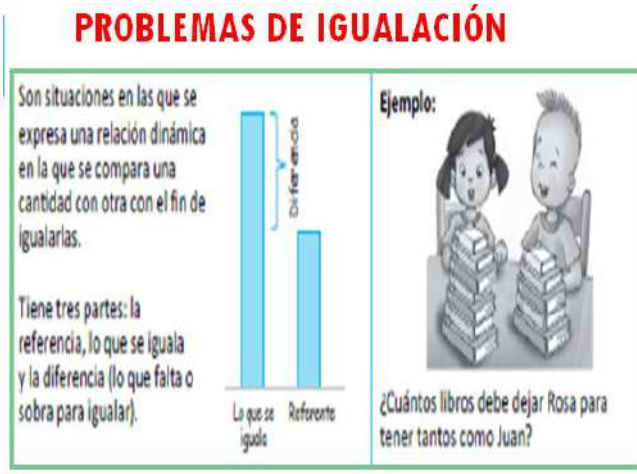
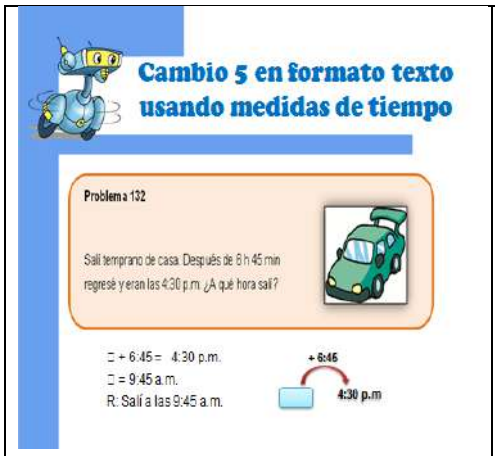


Ilustración 8. Problemas de igualación. Fuente: tomado de internet en la URL: http://cor.to/1LLn

También se le puede proponer al estudiante situaciones problema que incluyan este tipo

de contexto, para lo cual se puede ayudar de los diagramas anteriores. Trabajar sobre la estructura, de manera metacognitiva, es útil para enseñar, no solamente algoritmos matemáticos, sino razonamiento cuantitativo en general. A continuación se presentan algunas situaciones aditivas comparativas de diferentes niveles, en las cuales los maestros se pueden apoyar para idear sus propias situaciones problema que conserven la misma intencionalidad.



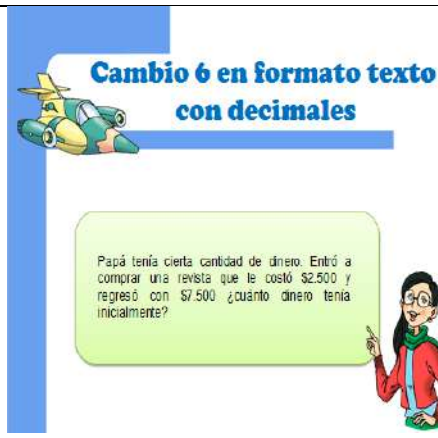
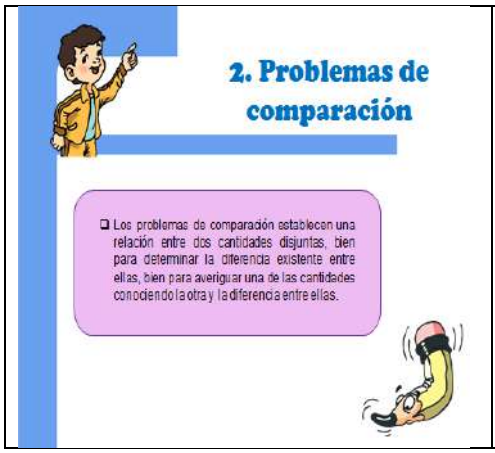


Ilustración 9.Ejemplos de situacione aditivas comparativas .Fuente :

Ilustración 10.Ejemplos de situaciones aditivas de cambio. Fuente: http://cor.to/1LzT



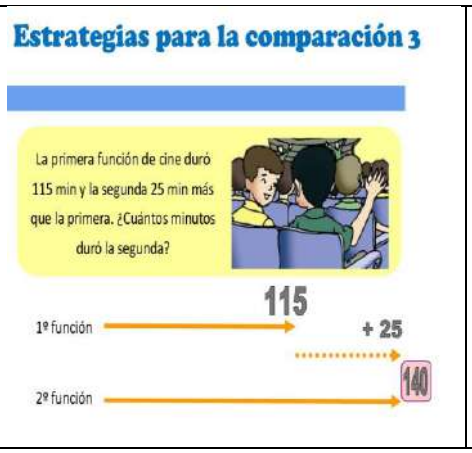


Ilustración 11. Ejemplos de situaciones aditivas comparativas. Fuente: http://cor.to/1LzT

Ilustración 12.Ejemplos de situaciones aditivas. Fuente. http://cor.to/1LzT

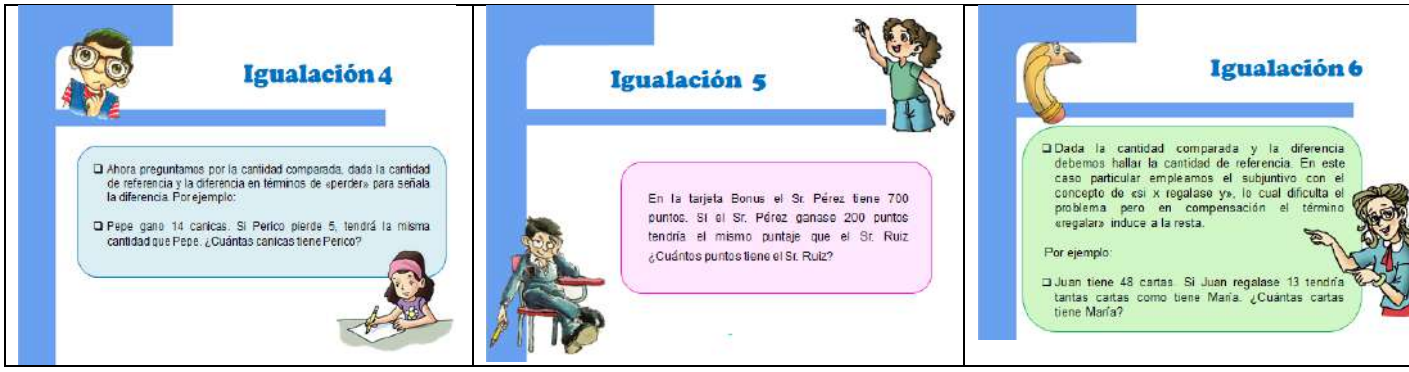
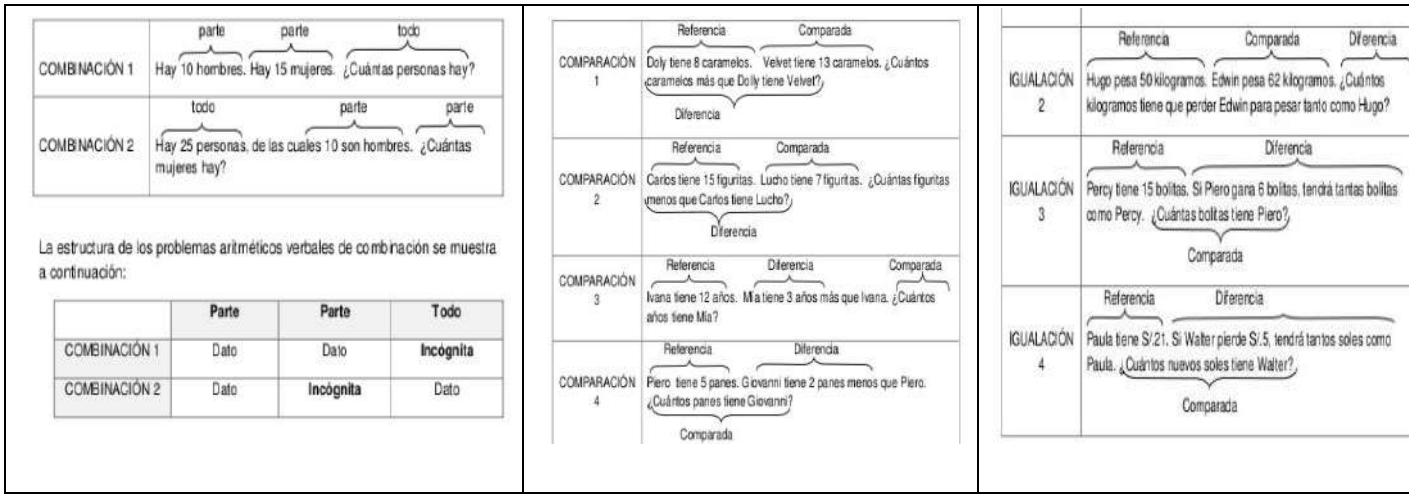


Ilustración 13. Ejemplos de situaciones aditivas comparativas. Fuente: http://cor.to/1LzT



	parte	parte	todo
COMBINACIÓN 1	Hay 10 hombres.	Hay 15 mujeres.	¿Cuántas personas hay?
	todo	parte	parte
COMBINACIÓN 2	Hay 25 personas, de las cuales 10 son hombres.		¿Cuántas mujeres hay?

La estructura de los problemas aritméticos verbales de combinación se muestra a continuación:

	Parte	Parte	Todo
COMBINACIÓN 1	Dato	Dato	**Incógnita**
COMBINACIÓN 2	Dato	**Incógnita**	Dato

	Referencia	Comparada	
COMPARACIÓN 1	Doly tiene 8 caramelos.	Velvet tiene 13 caramelos.	¿Cuántos caramelos más que Doly tiene Velvet? (Diferencia)
	Referencia	Comparada	
COMPARACIÓN 2	Carlos tiene 15 figuritas.	Lucho tiene 7 figuritas.	¿Cuántas figuritas menos que Carlos tiene Lucho? (Diferencia)
	Referencia	Diferencia	Comparada
COMPARACIÓN 3	Ivana tiene 12 años.	Mia tiene 3 años más que Ivana.	¿Cuántos años tiene Mia?
	Referencia	Diferencia	
COMPARACIÓN 4	Piero tiene 5 panes.	Giovanni tiene 2 panes menos que Piero.	¿Cuántos panes tiene Giovanni? (Comparada)

	Referencia	Comparada	Diferencia
IGUALACIÓN 2	Hugo pesa 50 kilogramos.	Edwin pesa 62 kilogramos.	¿Cuántos kilogramos tiene que perder Edwin para pesar tanto como Hugo?
	Referencia	Diferencia	
IGUALACIÓN 3	Percy tiene 15 bolitas.	Si Piero gana 6 bolitas, tendrá tantas bolitas como Percy.	¿Cuántas bolitas tiene Piero? (Comparada)
	Referencia	Diferencia	
IGUALACIÓN 4	Paula tiene S/21.	Si Walter pierde S/.5, tendrá tantos soles como Paula.	¿Cuántos nuevos soles tiene Walter? (Comparada)

Ilustración 14. Ejemplos de situaciones aditivas comparativas. Fuente: http://cor.to/1Lzi; http://cor.to/1Lzf; http://cor.to/1LKD

Un material significativo para el trabajo de estas dos funciones aditivas es la implementación del uso de las regletas, la regla y patrones no convencionales de medida, desde los primeros grados, lo cual nos permite establecer unidades de medida a partir del conteo y la estimación. Nos facilita también la comparación de magnitudes obteniendo como resultado una operación a través del lenguaje cotidiano como “y”, “cuánto le falta”, “cuánto le quito”, entre otros.

La siguiente pregunta tiene un nivel de complejidad mayor porque el estudiante debe hacer una comparación y una relación entre dos magnitudes con base en una información gráfica suministrada.

Un ejemplo de ítem del nivel Satisfactorio

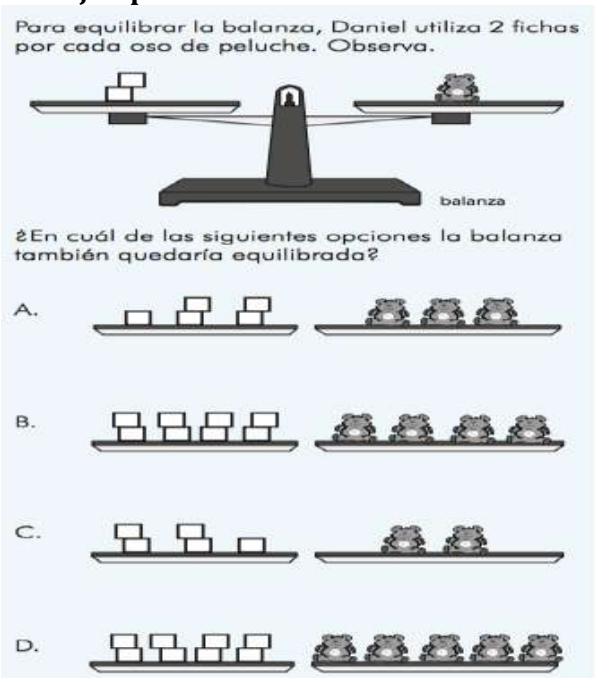


Ilustración 15.ICFES ,2016:44

En estos problemas aditivos, también es importante abordar y desde los primeros años, situaciones en las cuales se involucren unidades de medidas convencionales para medir diferentes magnitudes como gramo – kilogramo, centímetro – metro, litro. Haciendo uso de instrumentos para el cálculo de estas magnitudes como balanzas y pesas. Algunos ejemplos son:

A calcular la masa

- La masa es la cantidad de materia que tiene un cuerpo.
- Cuando quieras medir la masa debes utilizar las unidades de medida llamada *gramo o kilogramo.*
- gramo

- Kilogramo

El instrumento para calcular la masa se llama balanza

Indica si la masa de estos elementos se mide en gramos o en kilogramos

gramo

kilogramo

gramo

kilogramo

¿Con qué medimos?

- Las medidas más pequeñas se miden en centímetros y puedes medirlos con una regla.
- Las medidas más grandes se miden en metros y puedes usar una huincha de medir.

Indica la unidad de medida que se debe aplicar en cada caso

centímetro

metro

centímetro

metro

¿Qué es el litro?

- El litro es la unidad básica de medida de capacidad.

Ilustración 16.Reconocimeimeto de unidades de medida convencionales. Fuente tomada de internet en la URL http://cor.to/1LLc

Adicionalmente se proponen las siguientes estrategias metodológicas que le permiten a los estudiantes establecer relaciones de comparación.

Estima la medida de las siguientes superficies. Si no es una medida entera limitar infer superiormente.

	Unidades arbitrarias		Unidades convencionales
	Carta de una baraja	Cuadrado cualquiera	cm^2
Pupitre			
Puerta del aula			
Cuaderno			
Carta de una baraja			
Cinta de video			
Teclado			
Sobre de correo			

4.- Compruébalo y haz otro cuadro análogo, corrigiendo en su caso los errores cometidos.

5.- Estima, utilizando en cada caso la unidad convencional más apropiada, las siguientes superficies:

- • Palma de la mano
- • Esfera del reloj de pulsera
- • Cancha de baloncesto.
- • Diskete 31/2
- • Un CD
- • El balón de fútbol.
- • Tu cama.

Tablas de proporcionalidad. Razón y proporción

COMPRENDO

Javier compró muchos dulces para celebrar su cumpleaños. Por cada 5 chocolates compró 4 caramelos. Si en total compró 40 chocolates, ¿cuántos caramelos compró Javier?

- Elaboramos una tabla de proporcionalidad:

Número de chocolates	5			
Número de caramelos	4			

Javier compró ____ caramelos.

LEE ATENTAMENTE Y COMPLETA LAS TABLAS DE PROPORCIONALIDAD

1 Una tortuga pone alrededor de 80 huevos.

TORTUGAS	1	2	4	5	9
HUEVOS	80				

2 En un acuario caben 7 peces.

ACUARIOS	1	3	6	10	12
PECES	7				

Ilustración 17.Problemas de proporcionalidad .Fuente: Tomado de internet en la URL: http://cor.to/1LyO

La proporcionalidad es uno de los objetos matemáticos más importantes, debido a su utilidad y a que es uno de los contextos del pensamiento multiplicativo. Esto nos permite utilizar los primeros términos relacionados con proporcionalidad como “dos cubos es a un oso”, “un oso es a dos cubos”. Esta comprensión de la proporcionalidad es fundamental para resolver problemas con regla de tres, que se abordan en el grado 5º, 6º y 7º.

Varios autores, entre los que se encuentran Piaget, Savery & Duffy (1996), De Zubiría (2002) y Rico (2010), sostienen que para que un niño pueda generar aprendizajes de los objetos matemáticos, es favorable que interactúe con estos, y a partir de esta experiencia logre modificar sus esquemas y estructuras para lograr un proceso de acomodación. Si en una situación de enseñanza- aprendizaje, el niño no tiene acceso a estos objetos matemáticos a través de experiencias significativas, será complejo que logre alcanzar su compresión e interiorización (Díez, 2013).

Lo anterior implica, para este caso particular, que el contexto de esta pregunta se podría usar en la enseñanza, pero cambiando las balanzas abstractas por balanzas concretas, que se pueden elaborar con materiales sencillos, de modo que los estudiantes puedan interactuar con los objetos concretos, y a partir de allí, hacer abstracciones de las relaciones proporcionales.
Esta pregunta también se puede abordar desde las regletas estableciendo una comparación entre longitud, peso, capacidad, tamaño. Por ejemplo una regleta roja es equivalente a 2 blancas:

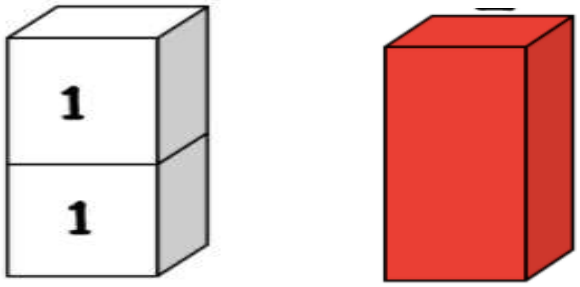


Ilustración 18.tomado de internet. Tomado de internet en la URL: http://cor.to/1GlS

En el ámbito gráfico también hay recursos que permiten al estudiante hacer abstracciones para comprender el funcionamiento de la probabilidad, antes de que se le enseñe formalmente el algoritmo respectivo. Un ejemplo de estos recursos se presenta a continuación.

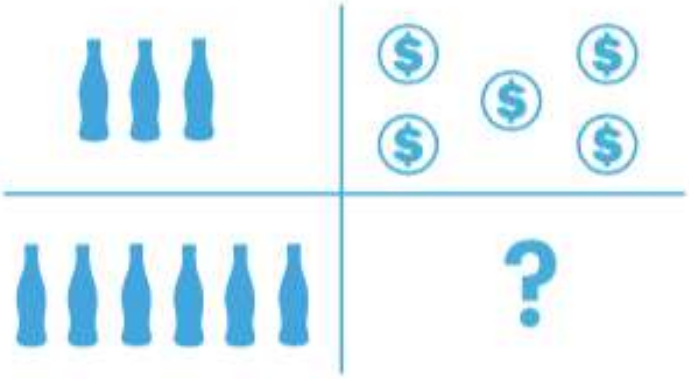


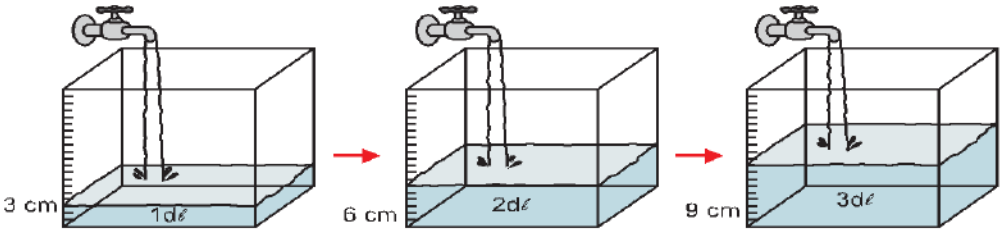
Ilustración 19.ICFES ,2016: 44

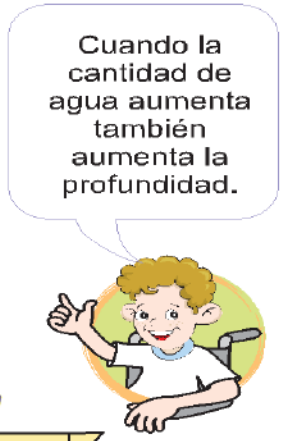
Con base en este recurso, el estudiante puede inventar una historia que involucre las magnitudes y cantidades mostradas. Por ejemplo: Si 3 gaseosas cuestan 5 monedas, ¿cuántas monedas costarán 6 gaseosas?. Adicionalmente puede crear historias con el objetivo de fortalecer la competencia escritora y socializar lo escrito con los compañeros en voz alta (lectura en voz alta).

Este tipo de actividades permiten que el estudiante se acerque a la noción del objeto matemático antes de que se exponga al algoritmo, lo cual mejora su comprensión.

Investiguemos la proporcionalidad directa.

A. Carlos observó cómo se llena con agua un recipiente y se pregunta ¿hay relación entre la cantidad de agua y la profundidad?





A1. Observa en una tabla las medidas de la cantidad de agua depositada en el recipiente en dℓ y de la profundidad alcanzada en cm.

www.Matematica1.com

Cantidad de agua (dℓ)	1	2	3	4	5	6
Profundidad del agua (cm)	3					

Ilustración 20.Ejercicio de proporcionalidad. Tomado de internet.Fuente: http://cor.to/1LyU

Por ejemplo, observa la siguiente situación:

- Luisa tiene 16 dulces para repartirlos, en partes iguales, entre algunos niños que asistieron a su fiesta.

Las dos magnitudes que se relacionan en la situación son **cantidad de niños** y **cantidad de dulces.**

- La tabla de variación es:

Cantidad de niños	Cantidad de dulces
1	16
2	8
4	4
8	2
16	1

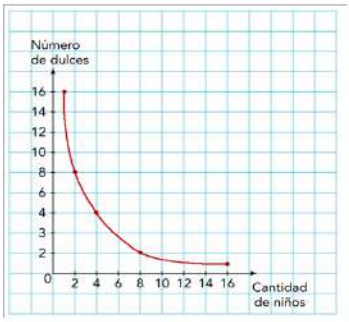
Se calculan los productos entre las dos magnitudes:

cantidad de niños × cantidad de dulces

1 × 16 = 16 2 × 8 = 16
4 × 4 = 16 8 × 2 = 16
16 × 1 = 16

- Los productos son los mismos, por tanto, se cumple la segunda condición de las magnitudes inversamente proporcionales.

Las magnitudes inversamente proporcionales se pueden representar como puntos en un plano.

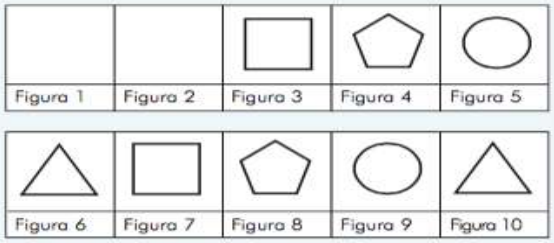


- La gráfica que representa la relación entre dos magnitudes inversamente proporcionales siempre son puntos que form **línea curva**.

Ilustración 21.Ejemplo de Magnitudes proporcionales. Tomado de internet. Fuente:http://cor.to/1LyS

Para llevar los estudiantes a un nivel más avanzado, se proponen actividades como:

En la siguiente secuencia faltan las 2 primeras figuras. Observa.



¿Cuáles son las 2 primeras figuras de la secuencia?

A.

B.

C.

D.

Ilustración 22.ICFES ,2016: 45

Otras preguntas que el docente puede hacer a sus estudiantes relacionadas con este contexto sería:

1. ¿Qué se observa en la secuencia?
2. ¿Algunas figuras se repiten? , ¿cuáles?
3. ¿Cada cuantos lugares se repite la misma figura?
4. ¿Qué figura debe ir en la Figura 2?
5. ¿Qué figura debe ir en la Figura 1?

NOTA: en esta situación se puede aprovechar el contexto presentado para analizar otras preguntas que desarrollan el pensamiento variacional, como por ejemplo ¿Qué cambia?, ¿Qué no cambia?, ¿Qué hace que cambie?, ¿Cómo cambia? , ¿Cuánto cambia? , ETC.

Resolver este tipo de preguntas implica hacer comparaciones y establecer relaciones entre datos presentados y extraer información local de manera directa, relacionada con características de figuras geométricas elementales.

La pregunta presenta una secuencia cíclica y, para resolverla correctamente, es necesario identificar la célula de dicha secuencia y compararla con el primer elemento de la izquierda. La célula es: cuadrado, pentágono, círculo, triángulo. De modo que antes del primer cuadrado debe haber un triángulo y antes del triángulo debe haber un círculo, lo que está representado en la opción C.

Cuando un estudiante selecciona alguna de las otras dos opciones puede haber hecho reconocimiento parcial del patrón (opción A), pensar que lo que está a un lado del cuadrado debería estar al otro lado también (opción B), o contar mal la secuencia sin tener cuidado para no repetir la misma figura (opción D).

La Completación de secuencias implica el desarrollo de algunas habilidades previas como son la observación (descripción) y correspondencia (detección de diferencias), que posibilitan la identificación de patrones.

También es conveniente que los estudiantes puedan distinguir entre secuencias cíclicas y secuencias no cíclicas. Esto les ayuda a establecer la estrategia a seguir para identificar el patrón.

Es normal que la completación de secuencias, sobre todo cuando tienen cierto nivel de complejidad, se haga intuitivamente y no con base en un algoritmo definido. Este algoritmo implica las habilidades que se propusieron antes. También ayuda a desarrollar esta habilidad del pensamiento variacional, dados unos elementos, donde sean los estudiantes quienes creen y propongan la completación de secuencias.

Secuencias con regletas, bloques lógicos.

Ilustración 23.Secuencias, Tomado de internet. Fuente: http://cor.to/1Lsa

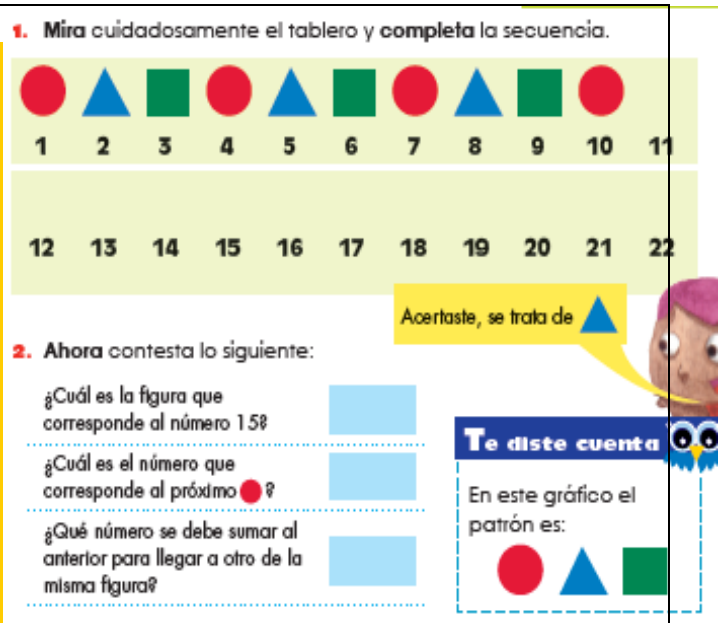


Ilustración24.Fuente:Secuencias.Tomado de internet, http://cor.to/1LsQ

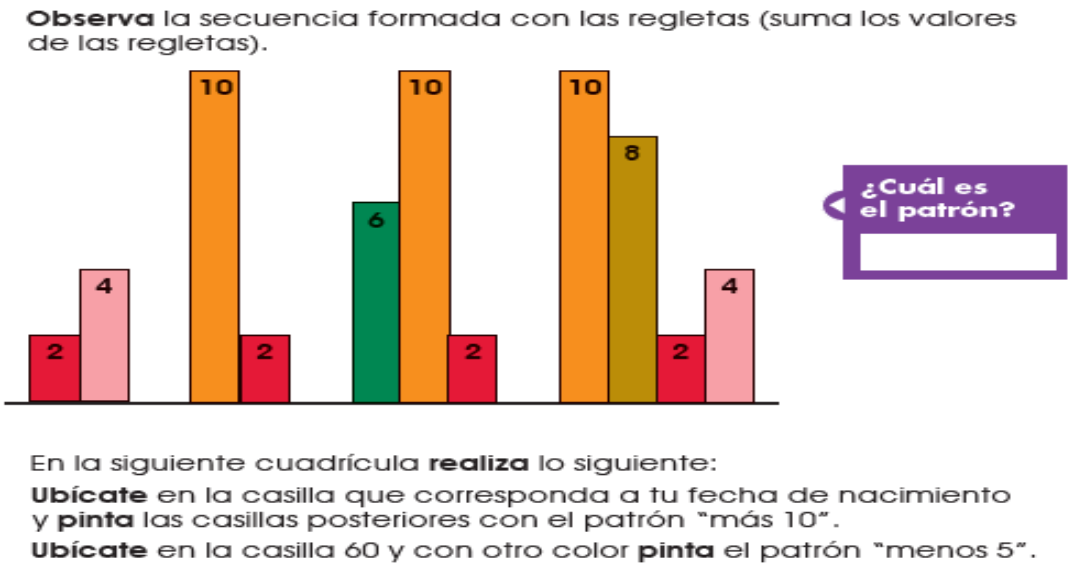


Ilustración 25.Fuente:Secuencias.Tomado de internet, http://cor.to/1LsQ

ACTIVIDAD 1: Regularidades no numéricas[1]

Trabajo individual	Utilice el "material de figuras" para realizar las siguientes secuencias triángulo círculo cuadrado triángulo círculo cuadrado triángulo círculo cuadrado triángulo círculo cuadrado △ ○ □ △ ○ □ △ ○ □ △ ○ □ A B C A B C A B C A B C Halle el patrón:
Trabajo individual	Continúa la siguiente secuencia utilizando el patrón AAB. triángulo triángulo cuadrado triángulo triángulo cuadrado △ △ □ △ △ □ __ __ __ __ A A B A A B
Trabajo en equipo	Utilice el "material de figuras" para crear otra secuencia no numérica y socialice con un compañero para que él halle el patrón, y viceversa.
Trabajo en equipo	Con el equipo de trabajo realice una reflexión sobre la primera secuencia en relación con las siguientes preguntas y organice una presentación para socializar: ○ ¿Qué cambia? ○ ¿Qué hace que cambie? ○ ¿Cómo cambia? ○ ¿Cuánto cambia? ○ Busca otra forma distinta de representar la situación.

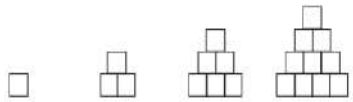
ACTIVIDAD 2: Regularidades numéricas.[1]

Trabajo en equipo	Utilice el "material de números" para realizar las siguientes secuencias: 0 2 4 6 8 10 12... Halle el patrón: Completa la secuencia: 1 3 5 ☐ ☐ ☐ ☐ Halle el patrón:
Trabajo en equipo	Utilice el "material de figuras" para crear otra secuencia numérica y socialice con un compañero para que él halle el patrón, y viceversa. ☐-☐-☐-☐-☐-☐-☐-☐-☐, Halle el patrón:
Trabajo en equipo	Con el equipo de trabajo realice una reflexión sobre la primera secuencia en relación con las siguientes preguntas y organice una presentación para socializar: ○ ¿Qué cambia? ○ ¿Qué hace que cambie? ○ ¿Cómo cambia? ○ ¿Cuánto cambia? ○ Busca otra forma distinta de representar la situación.

ACTIVIDAD 3: Números Triangulares.[1]

Trabajo en equipo

Utilice el "material de cuadros" para realizar las siguientes secuencias:



Trabajo individual

Complete la tabla:

Figura	1	2	3	4	5				
Cantidad de Cuadros	1	3							

Trabajo en equipo

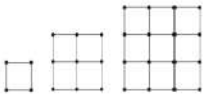
Con el equipo de trabajo realice una reflexión sobre la secuencia en relación con las siguientes preguntas y organice una presentación para socializar:

- ¿Qué cambia?
- ¿Qué hace que cambie?
- ¿Cómo cambia?
- ¿Cuánto cambia?
- Busca otra forma distinta de representar la situación.

ACTIVIDAD 4: Números Cuadrado.[1]

Trabajo en equipo

Utilice el material de "palillos" para realizar la siguiente secuencia:



Trabajo individual

Complete la tabla.

Figura	1	2	3	4					
Cantidad De palillos	4	12							

Trabajo en equipo

Complete la tabla.

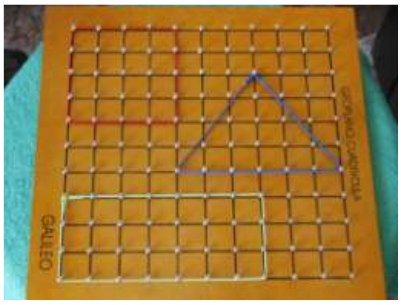
Figura	1	2	3	4					
Cantidad De puntos	4	9							

Trabajo en equipo

Con el equipo de trabajo realice una reflexión sobre la secuencia en relación con las siguientes preguntas y organice una presentación para socializar:

- ¿Qué cambia?
- ¿Qué hace que cambie?
- ¿Cómo cambia?
- ¿Cuánto cambia?
- Busca otra forma distinta de representar la situación.

Ilustración 26.Ejercicios de Pensamiento variacional.Fuente: PTA



Este tipo de material se puede usar para representar números cuadrados, rectangulares

Organizar Secuencias

MATEMÁTICAS GRADO 4° y 5º

Las dificultades presentadas en la prueba se derivan de las capacidades exigidas por actividades en cada nivel de desempeño. Algunas orientaciones pueden ser:
Partiendo de la pregunta:

Para ser admitidos en una academia, los aspirantes deben obtener como promedio en tres exámenes 6 o más puntos.

Los resultados obtenidos por cuatro aspirantes se muestran en la tabla.

Aspirante	Examen 1	Examen 2	Examen 3
Mario	5	6	6
Nancy	4	6	8
Octavio	5	5	5
Patricia	9	4	4

¿Cuál de los cuatro aspirantes podrá ser admitido en esta academia?

A. Mario.
B. Nancy.
C. Octavio.
D. Patricia.

Ilustración 27. Ilustración 24.ICFES ,2016: 53

Para resolver correctamente este tipo de preguntas, los estudiantes deben extraer información local de manera directa que les permita calcular adecuadamente un promedio simple con el fin de hacer la comparación.

Nancy, opción B, es la única persona que obtuvo 6 puntos en el promedio de las tres puntuaciones.
Las otras personas obtuvieron menor puntaje.
Un estudiante pudo haber escogido la opción A, si piensa que por el hecho de que la puntuación de 6 se repite dos veces, entonces, se tendrá un promedio de 6 o superior.
Un estudiante escogió la opción C, posiblemente, si leyó mal el enunciado de la pregunta e interpretó que se debía escoger a quien sacara menos puntuación que 6 en todas las pruebas (pudo interpretar que para que el promedio diera por debajo de un número, todos los valores deben estar por debajo de dicho número).

Un estudiante pudo haber escogido la opción D al notar que esa persona tuvo el mayor puntaje en una de las pruebas, y creer que esto es señal de un promedio alto.

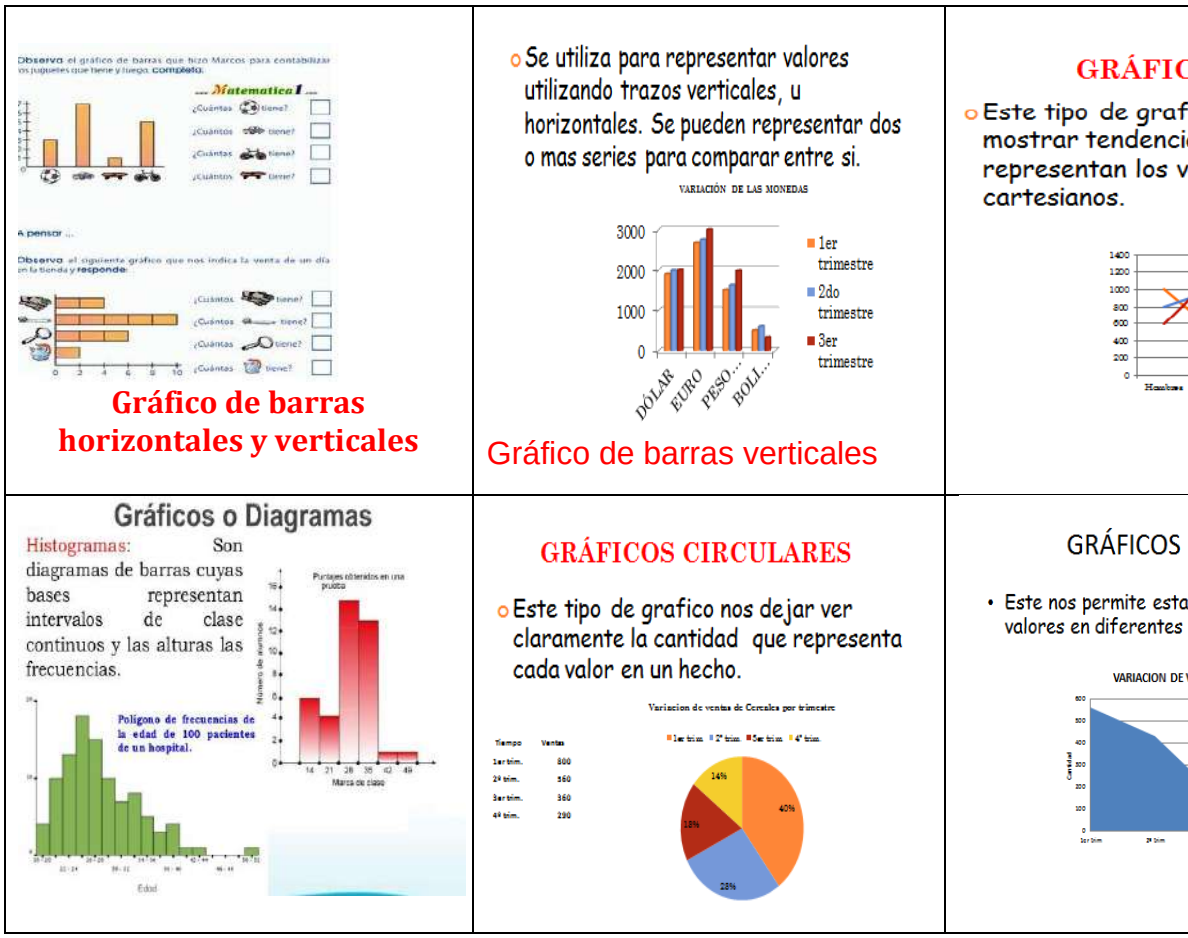


Ilustración 28.Tipos de gráficas. Tomado de Internet. Fuente: http://cor.to/1LsS

Antes de enseñar a los estudiantes el algoritmo para obtener un promedio, es conveniente lograr la comprensión de las características de este objeto matemático. Los estudiantes pueden deducir estas características si se les expone a situaciones concretas en las que se les muestre que el promedio es un valor que representa al conjunto, de modo que es posible calcular con este y no con todos los elementos de dicho conjunto.

Y, antes de empezar a enseñar a los estudiantes el algoritmo formal para el cálculo de promedio, es conveniente acercarlos a dicha noción haciendo estimaciones de promedios entre conjuntos de pocos datos. Por ejemplo, se les puede dar un conjunto de los datos: 6 y 10, y pedirles que hallen el promedio acercando de uno en uno cada dato al otro, así: (6, 7, 8) y (10, 9, 8), para así, llegar a converger en el promedio. Luego se puede ir incrementando el número de datos del conjunto paulatinamente. Este tipo de ejercicios les permite entender características del promedio como su centralidad y su sensibilidad a los valores extremos; además, con este tipo ejercicios se pueden atacar los errores que se reseñan en esta pregunta al escoger las opciones no correctas.

Se sugiere realizar este tipo de actividades muy prácticas de manera que los estudiantes puedan comprender con mayor comprensión con los estudiantes que les posibilite desarrollar este tipo de competencias

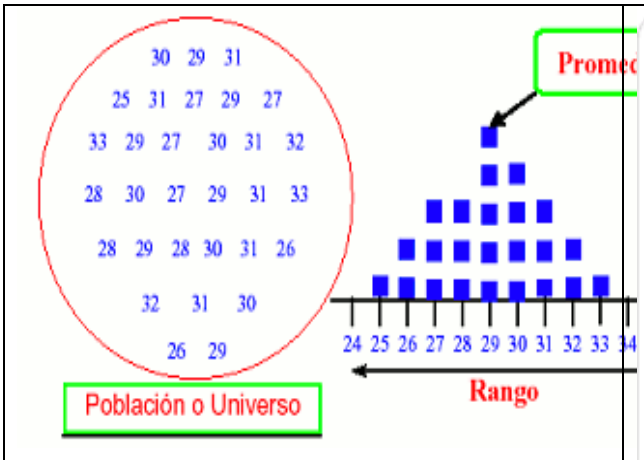


Ilustración 29.Ejercicios de promedio. Tomado de internet. Fuente: http://cor.to/1LxS

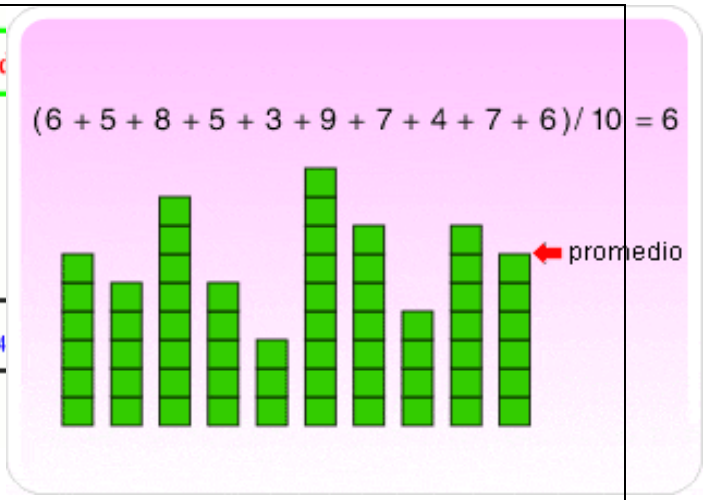
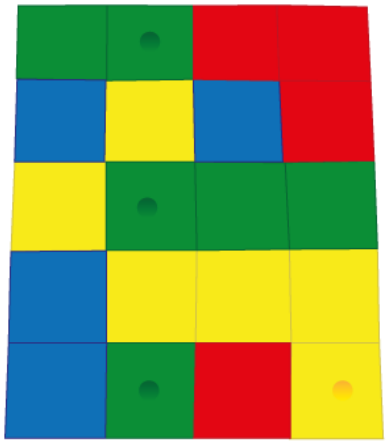
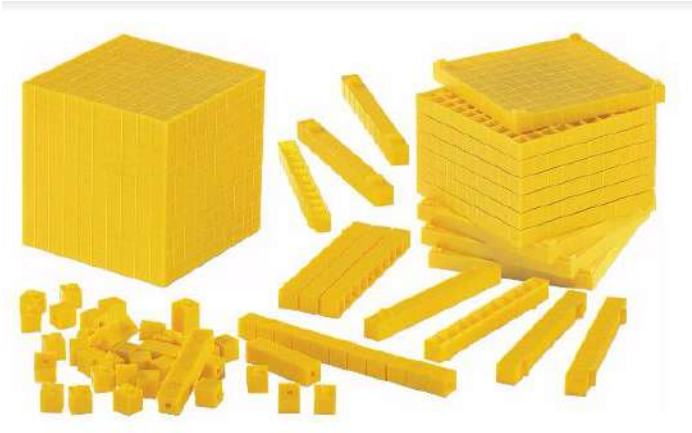


Ilustración 30.Ejercicios de promedio. Tomado de internet. Fuente: http://cor.to/1LxB



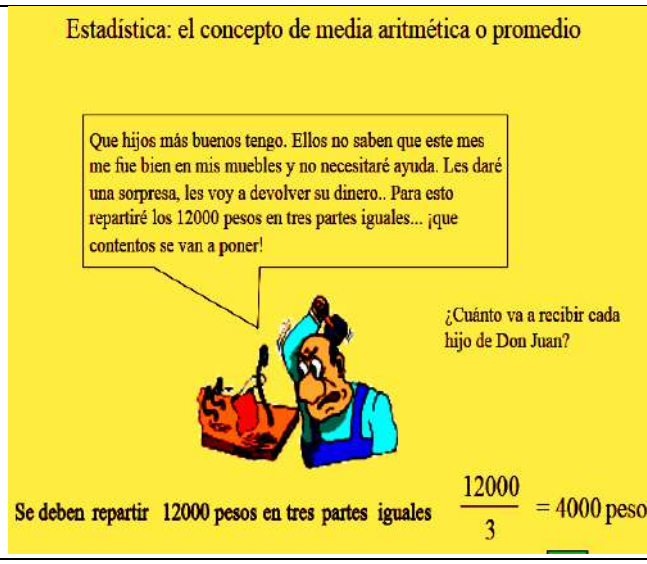


Otras orientaciones pedagógicas para el docente es realizar actividades de indagación o recopilación de información del entorno o de su propio interés y una vez recopilada se organiza en una tabla de distribución de frecuencia o en cualquier método de agrupación de datos.

Luego, de haber organizado la información (barras, líneas, diagrama circular, tablas de frecuencias, entre otros) debe extraer los datos más relevantes, como dato mayor, dato que más se repite, dato promedio, dato de la mita, el rango (la diferencia entre el mayor y el menor), etc.

El docente debe propiciar actividades donde se puedan comunicar los datos a través de pictogramas, gráfico de barras, gráfico de líneas, histogramas, pirámide de población, gráfico de vectores o gráfico circular, gráfico de la telaraña, etc. Es necesario trabajar con los estudiantes los diferentes gráficos estadísticos, siendo estos medios visuales utilizados para la representación de datos e informaciones, como los podemos observar en los siguientes ejemplos:

A continuación se presentan otros ejemplos, ayudas o estrategias que se pueden utilizar para mejorar el desarrollo de competencias y habilidades en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.



Estadística: el concepto de media aritmética o promedio

El promedio es el resultado de una decisión de dividir en partes iguales una cantidad que han aportado un determinado número de individuos.

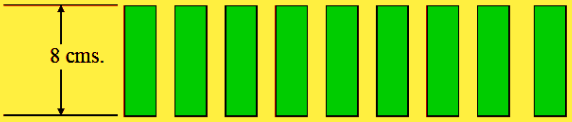
Ayer pesé a mis 30 alumnos. El total de los pesos fue de 1560 kilogramos. Tengo que dar un informe al Departamento de Educación Física... ¿qué les digo?

El profesor dirá: "en promedio mis alumnos pesan 52 kilogramos"

$$\frac{1560}{30} = 52$$

¿Estoy asumiendo erróneamente que cada uno de mis alumnos pesan 52 kilogramos?. No, ellos entenderán la palabra promedio

¿Cómo enseñar la varianza?



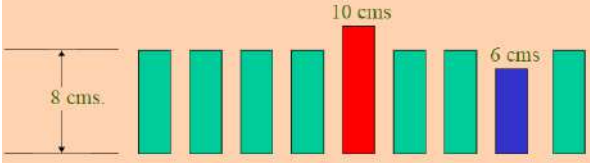
Aquí tenemos 9 rectángulos cuya altura es de 8 centímetros (y todos tienen la misma base).

¿Existe alguna variación respecto de su altura entre estos rectángulo

¿Cuál es el promedio de la altura de estos rectángulos?

$$\frac{8+8+8+8+8+8+8+8+8}{9} = \frac{72}{9} = 8$$

¿Cómo enseñar la varianza?



El quinto rectángulo y el octavo rectángulo en un acto de rebeldía cambiaron su altura. El quinto rectángulo, ahora de color rojo, mide 10 centímetros, y el octavo rectángulo, de color azul, mide 6 centímetros?

¿Cuál es el nuevo promedio de estos 9 rectángulos?

$$\frac{8+8+8+8+10+8+8+6+8}{9}$$

¿Cómo enseñar la varianza?

El rectángulo rojo tiene +2 centímetros sobre el promedio, y el rectángulo azul tiene –2 centímetros bajo el promedio. Los otros rectángulos tienen cero diferencia respecto del promedio.

Si sumamos estas diferencias de la altura respecto del promedio, tenemos

$$0+0+0+0+2+0+0-2+0 = 0$$

Este valor nos parece indicar que ¡no ha habido variabilidad ! Y sin embargo, ante nuestros ojos, sabemos que hay variación .

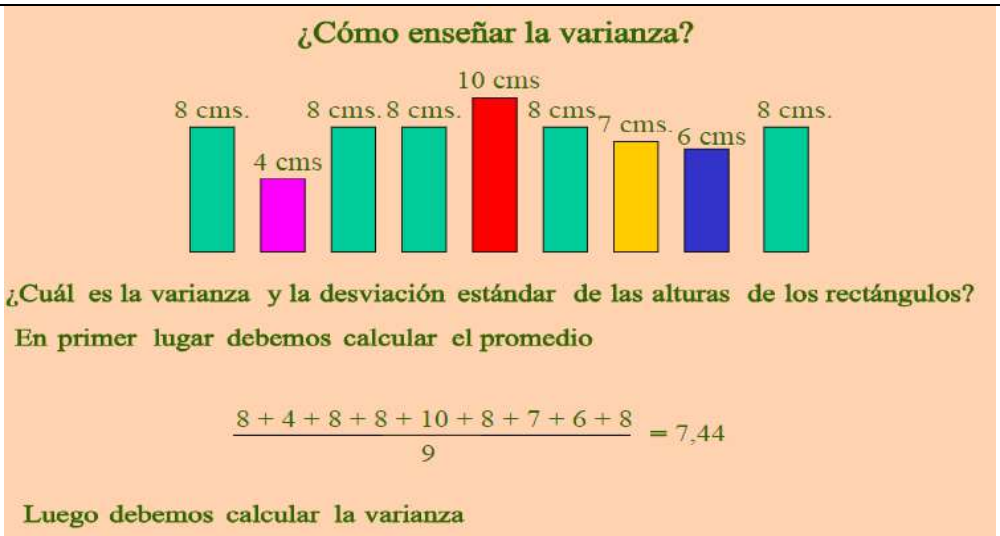


Ilustración 31. tomado de internet .Fuente: http://cor.to/1LsS

Una pregunta de un nivel más avanzado, para el grado 5° es (recuerde que se deben trabajar en 4° y 5°):

Ilustración 32. ICFES ,2016

En esta pregunta, el estudiante debe establecer relaciones entre los datos presentados y extraer información local en un contexto que involucra una gráfica con escala explícita.

La lectura de gráficas de barras es una de las habilidades más útiles en el razonamiento cuantitativo. La gráfica de barras que se presenta en esta pregunta tiene la particularidad de que tiene líneas horizontales para guiar las medidas del eje vertical, lo cual facilita su lectura. Conviene que al comenzar la enseñanza de la lectura de las gráficas de barras, se utilicen gráficas como las que presenta esta pregunta, con el fin de orientar a los estudiantes.

Por otra parte, esta pregunta utiliza el concepto de proporcionalidad. Normalmente, los algoritmos de este concepto se refieren a la “regla de tres”; sin embargo, desde el punto de vista de la comprensión, es más conveniente usar el algoritmo de reducción a la unidad. Este algoritmo consiste en hacer la división de la magnitud dependiente entre la magnitud independiente, con el fin de determinar el valor de una unidad de la magnitud independiente y, a partir de dicho valor, calcular el valor de las unidades necesarias de la magnitud dependiente.

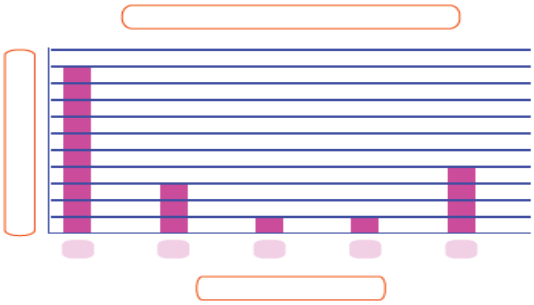
En el caso particular de esta pregunta se sabe que tres paquetes de dulces contienen 450 unidades, lo que implica, al hacer la división, que cada paquete contiene 150 unidades. Habiendo reducido a la unidad, ahora se puede calcular el valor de la variable dependiente (cantidad de unidades de dulces) para cualquier valor de la variable independiente (cantidad de paquetes).

Seguidamente, se presentan varias estrategias metodológicas que se pueden utilizar para reforzar lectura de tablas y a la vez hacer uso de las operaciones aritméticas para resolver dichos problemas, lo cual es una herramienta útil para desarrollar el razonamiento cuantitativo, por ejemplo

En la siguiente tabla se organizaron las respuestas de una e cuesta aplicada a 1000 estudiantes acerca de la cantidad libros que leen en un año.

Cantidad de libros leídos	1	2	3	4	5 o más
Cantidad de personas	500	100	50	50	300

1. Descubran cuál de las dos gráficas siguientes representa información de la tabla anterior. Para ello, escriban las can dades que corresponden, así como los títulos de la gráfica de los ejes (personas o libros leídos).



Trabajen en equipo para completar las tablas y responder las preguntas.

1. Varios alumnos se organizaron en equipos y repartieron gelatinas de manera equitativa y sin que sobrara ninguna. Las gelatinas son del mismo tamaño.

Equipo	Cantidad de gelatinas compradas	Cantidad de alumnos por equipo	Cantidad que le toca a cada uno
A	1	5	
B	2	5	
C	3	5	
D	4	5	
E	5	5	

a) ¿En qué equipo le toca una porción más grande de gelatina a cada alumno?

b) ¿En qué equipo les toca una porción más pequeña a los alumnos?

En equipo, completen la siguiente tabla y respondan preguntas.

Un grupo de alumnos elaboró varios robots. Cada robot ava determinada cantidad de unidades en función del númer pasos que da. Las tablas muestran esta relación.

Robot	Unidades que avanza	Número de pasos que da	Unidades que avanza por cada paso
A	1	5	
B	2	7	
C	4	10	
D	7	12	
E	10	30	
F	5	2	
G	3	3	
H	8	12	
I	9	15	
J	6	10	

a) ¿Qué robot avanza más en un paso?

b) ¿Cuál avanza menos en un paso?

3. En un estadio de futbol, los patrocinadores de los equipos que jugaron la final regalaron una camiseta y una gorra autografiadas por los jugadores a los aficionados cuyos boletos de entrada pertenecieran a la siguiente sucesión:

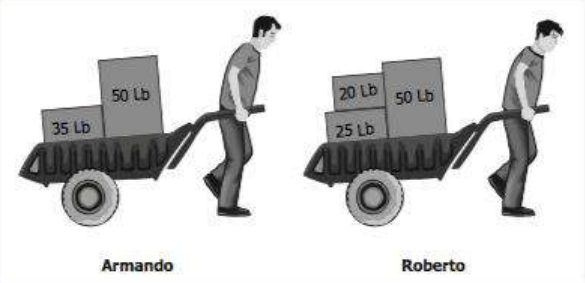
9, 27, 81, 243, 729, 2 187...

a) Si Norberto tiene el boleto 19 683, ¿se ganó la camiseta y la gorra? Argumenta tu respuesta.

Ilustración 33.Tomado de Internet. Fuente http://cor.to/1LHK

El siguiente ejercicio tiene un nivel de complejidad mayor,

Armando y Roberto usan carretas para llevar cargas de un lugar a otro. El peso de cada carga se muestra en la figura.



La carga de Roberto es mayor que la de Armando, porque

A. 20 libras es mayor que 0 libras.
B. 25 libras es mayor que 20 libras.
C. 50 libras es mayor que 35 libras.
D. 45 libras es mayor que 35 libras.

Ilustración 34. ICFES ,2016

Para responder es necesario comparar información gráfica que requiere algunas manipulaciones aritméticas.

Como la caja de 50 libras es común en las dos carretas, sólo se establecen comparaciones con las otras dos cajas que están en cada carreta, es decir, sólo es necesario comparar 35 libras con 20 libras más 25 libras (45 libras).

Estas comparaciones pueden ser útiles para desarrollar procesos algebraicos de planteamiento y resolución de ecuaciones.

El planteamiento y la resolución de ecuaciones son procesos que tienen lógicas inversas y, en este sentido, al desarrollarlos se va desarrollando también la conciencia de la reversibilidad en los estudiantes.

Para abordar el planteamiento de ecuaciones, se puede proponer a los estudiantes que, con base en una estructura de balanza, vayan ubicando piezas con diferente peso (diferente valor numérico) a ambos lados de la balanza, teniendo en cuenta que un lado quede con menor peso. Luego pueden hacer el recuento de los pesos de las piezas que hay en cada lado de la balanza y componer la ecuación respectiva, ubicando la incógnita

en el lado de menor peso.

Para el proceso de solución, las situaciones de balance deben ser propuestas por los docentes bajo metodologías similares a las que se mencionaron en el párrafo anterior, y los estudiantes deben construir las balanzas, removiendo piezas individualmente (aditivamente) o en grupos (multiplicativamente) para encontrar el valor de la incógnita.

Es necesario para el afianzamiento de esta competencia el haber trabajado preguntas en clase como.

Si a la derecha de la balanza tengo un kilo de arroz ¿Qué se puede poner a la izquierda para equilibrarla?

Si a la izquierda de la balanza tengo una pesa de un kilo, ¿Cuántos cuartos de kilo tengo que poner a la derecha para equilibrarla?

Ilustración.35.Tomado de Internet- Fuente: http://cor.to/1LHj

Ilustración36.Tomado de Internet: Fuente:http://cor.to/1LHv

.

Ilustración37.Tomado de Inter
Fuente:**http://cor.to/1LOz**

Ilustración38.Tomado de Internet: Fuente: http://cor.to/1LHK

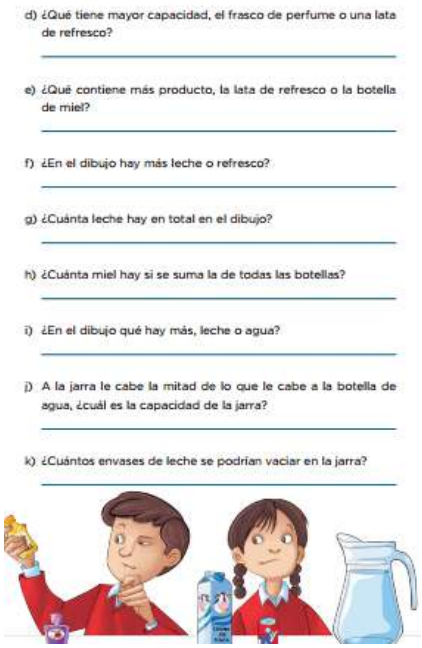


Ilustración39.Tomado de Internet: Fuente: ttp://cor.to/1LHK

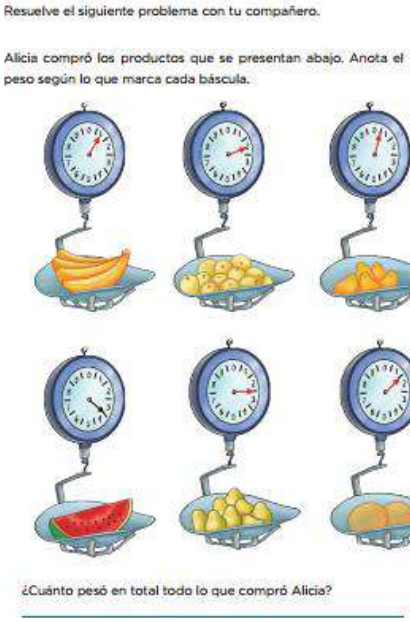


Ilustración40.Tomado de Internet Fuente: http://cor.to/1LHK

En el siguiente enlace podrán encontrar una serie de actividades interactivas de magnitudes. Pueden ser exploradas y llevadas a la práctica en el aula de clase:

http://m.comienzosegundo.webnode.es/mates/capacidad-el-litro/.
http://www.didactmaticprimaria.com/

MATEMÁTICAS GRADOS 6° A 9º.

La siguiente pregunta de nivel mínimo, permite la explicación de los conceptos básicos para el grado 9º:

En la tabla están los puntos obtenidos por los competidores en un campeonato. Solamente los que tengan un puntaje superior al promedio de puntos competirán en una carrera que define al campeón.

Nacionalidad del competidor	Puntos
Español	18
Francés	16
Australiano	14
Alemán	11
Estadounidense	15
Brasileño	10

La nacionalidad de los pilotos que competirán en la carrera final son

A. español, francés y estadounidense solamente.
B. alemán, brasileño y australiano solamente.
C. español y francés solamente.
D. alemán y brasileño solamente.

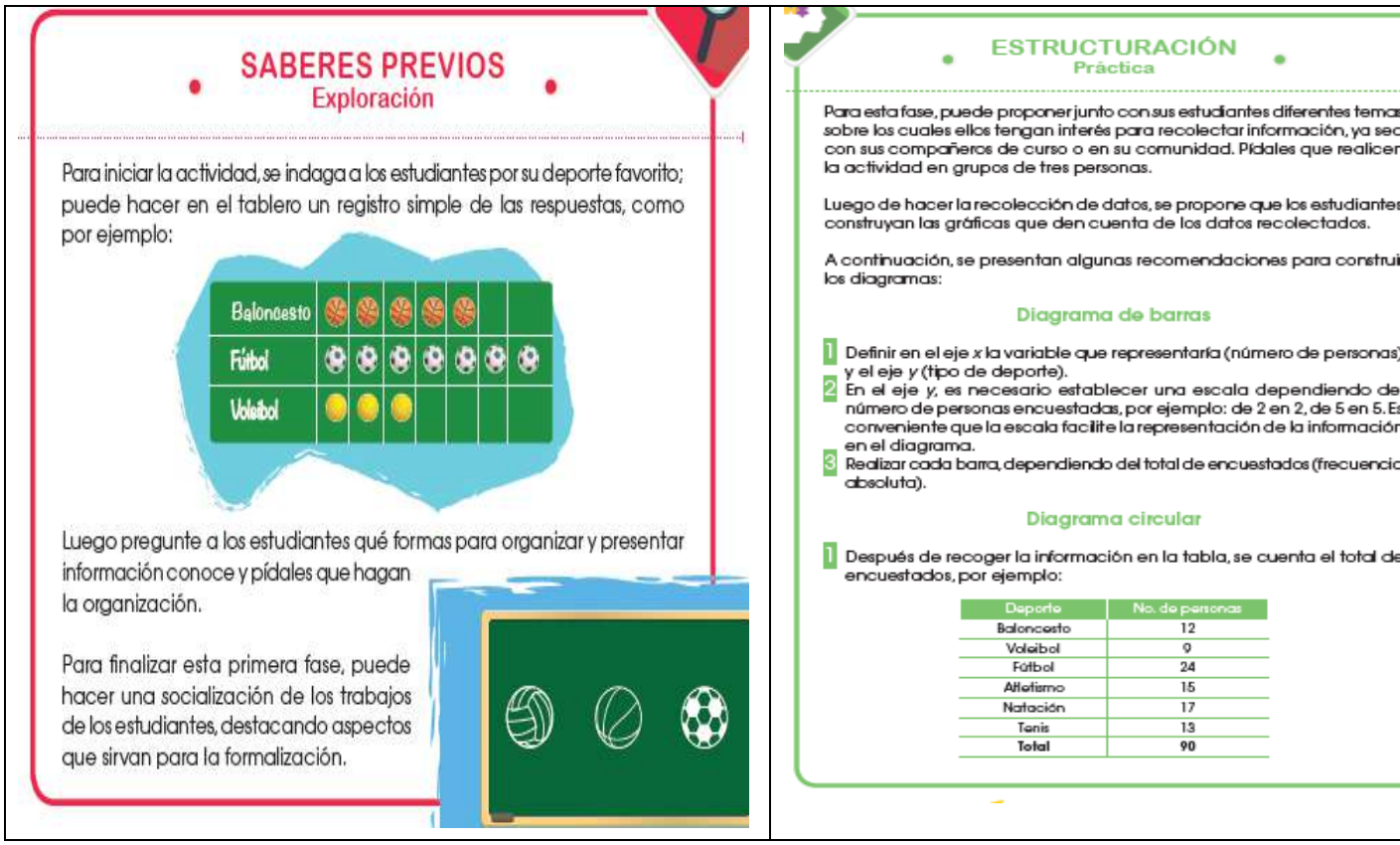
Ilustración 41. ICFES ,2016

Para resolver este tipo de preguntas, los estudiantes deben obtener el promedio del conjunto de datos y hacer la comparación de cada uno de los datos con dicho promedio. Se clasifica en el nivel mínimo por la lectura de datos puntuales sin que medie manipulación de dichos datos.

Dado que el promedio de los datos es 14, solamente los competidores de nacionalidades española, francesa y estadounidense podrán participar en la competencia puesto que tienen puntajes superiores a dicho promedio.

Preguntas como estas permiten desarrollar competencias en los estudiantes: cuando los contextos presentan información en tablas de una sola entrada, verificando que dicha información esté presentada en datos ordenados bajo algún criterio.

Adicionalmente, se tienen otras estrategias que se pueden llevar al aula[2], con el objetivo que los estudiantes puedan comunicar e identificar datos a partir de la interpretación y análisis de información recogida en diferentes tablas y gráficas.



SABERES PREVIOS
Exploración

Para iniciar la actividad, se indaga a los estudiantes por su deporte favorito; puede hacer en el tablero un registro simple de las respuestas, como por ejemplo:

Baloncesto	
Fútbol	
Voleibol	

Luego pregunte a los estudiantes qué formas para organizar y presentar información conoce y pídales que hagan la organización.

Para finalizar esta primera fase, puede hacer una socialización de los trabajos de los estudiantes, destacando aspectos que sirvan para la formalización.

ESTRUCTURACIÓN
Práctica

Para esta fase, puede proponer junto con sus estudiantes diferentes temas sobre los cuales ellos tengan interés para recolectar información, ya sea con sus compañeros de curso o en su comunidad. Pídales que realicen la actividad en grupos de tres personas.

Luego de hacer la recolección de datos, se propone que los estudiantes construyan las gráficas que den cuenta de los datos recolectados.

A continuación, se presentan algunas recomendaciones para construir los diagramas:

Diagrama de barras

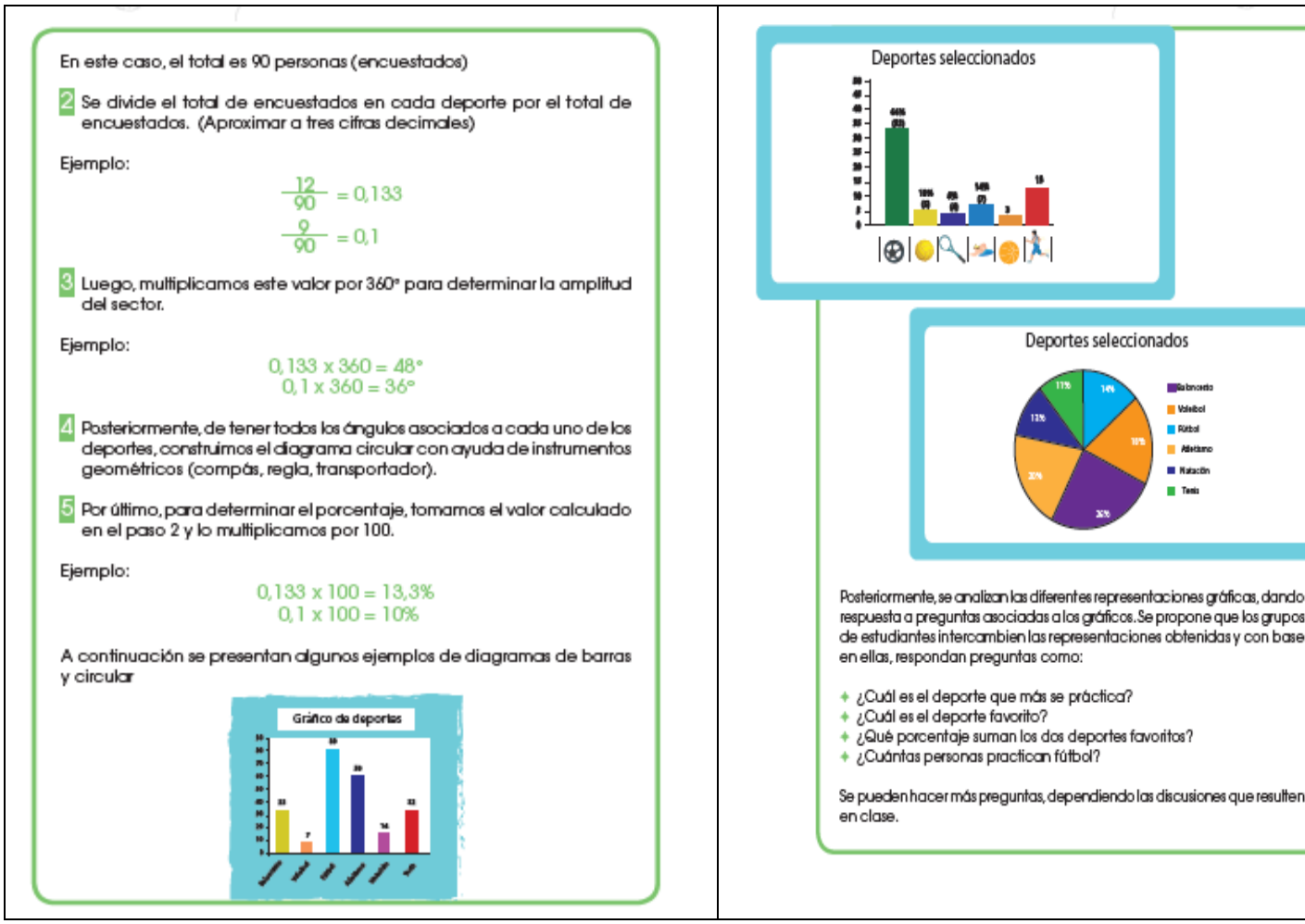
1. Definir en el eje *x* la variable que representaría (número de personas) y el eje *y* (tipo de deporte).
2. En el eje *y*, es necesario establecer una escala dependiendo de número de personas encuestadas, por ejemplo: de 2 en 2, de 5 en 5. Es conveniente que la escala facilite la representación de la información en el diagrama.
3. Realizar cada barra, dependiendo del total de encuestados (frecuencia absoluta).

Diagrama circular

1. Después de recoger la información en la tabla, se cuenta el total de encuestados, por ejemplo:

Deporte	No. de personas
Baloncesto	12
Voleibol	9
Fútbol	24
Atletismo	15
Natación	17
Tenis	13
Total	90

[2] Tomada de las orientaciones pedagógicas, 2016, p: 61-64



En este caso, el total es 90 personas (encuestados)

2 Se divide el total de encuestados en cada deporte por el total de encuestados. (Aproximar a tres cifras decimales)

Ejemplo:

$$\frac{12}{90} = 0{,}133$$

$$\frac{9}{90} = 0{,}1$$

3 Luego, multiplicamos este valor por 360° para determinar la amplitud del sector.

Ejemplo:

$$0{,}133 \times 360 = 48°$$
$$0{,}1 \times 360 = 36°$$

4 Posteriormente, de tener todos los ángulos asociados a cada uno de los deportes, construimos el diagrama circular con ayuda de instrumentos geométricos (compás, regla, transportador).

5 Por último, para determinar el porcentaje, tomamos el valor calculado en el paso 2 y lo multiplicamos por 100.

Ejemplo:

$$0{,}133 \times 100 = 13{,}3\%$$
$$0{,}1 \times 100 = 10\%$$

A continuación se presentan algunos ejemplos de diagramas de barras y circular

Posteriormente, se analizan las diferentes representaciones gráficas, dando respuesta a preguntas asociadas a los gráficos. Se propone que los grupos de estudiantes intercambien las representaciones obtenidas y con base en ellas, respondan preguntas como:

- ¿Cuál es el deporte que más se práctica?
- ¿Cuál es el deporte favorito?
- ¿Qué porcentaje suman los dos deportes favoritos?
- ¿Cuántas personas practican fútbol?

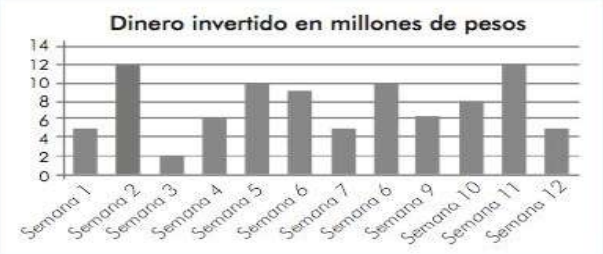
Se pueden hacer más preguntas, dependiendo las discusiones que resulten en clase.

Ilustración 42.Tomado de Internet: Fuente:

Una pregunta de nivel más adelantado para estudiantes del grado 9°.Se presenta a continuación:

Una persona analiza el precio de las acciones de una empresa y de acuerdo con ello invierte semanalmente.

La gráfica muestra un registro de las inversiones de las últimas 12 semanas.



De acuerdo con la información presentada en la gráfica es correcto afirmar que la inversión del accionista en las primeras

A. 4 semanas fue mayor que en las siguientes 4 semanas.

B. 5 semanas fue igual que en las últimas 5 semanas.

C. 4 semanas fue menor que en las últimas 4 semanas.

D. 6 semanas fue igual que en las últimas 6 semanas.

Ilustración 43. ICFES ,2016

Para responder correctamente este tipo de preguntas es necesario hacer comparaciones entre los datos presentados, identificando información de manera directa.

La lectura e interpretación de la información presentada en forma de gráficos de barras es una de las habilidades básicas del pensamiento aleatorio. Esta habilidad implica, por lo menos, el reconocimiento de los valores de los ejes de coordenadas: categorías en el eje *x* y cantidades en el *y*, posteriormente la manipulación de estos datos.

Por esa razón, es necesario que los a los estudiantes realicen lectura de datos presentados en diagramas de barras, presentando la información, en primer lugar, en diagramas de barras que tengan los valores en el eje *y*, que coincidan con las alturas de las barras, y que haya líneas horizontales señalando la altura de estos valores. Por ejemplo:

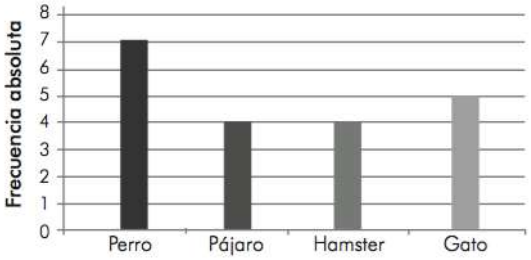


Ilustración 44. ICFES ,2016

Luego, se pueden presentar diagramas en los que, aun con líneas horizontales, se deba inferir el valor de la altura de las barras y no se pueda leer directamente, como en la pregunta que se está analizando. Por último se podrían retirar las líneas horizontales de referencia. Así:

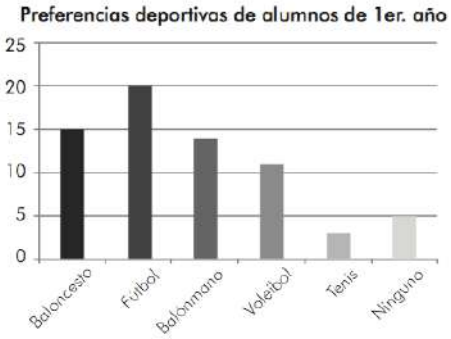


Ilustración 45. ICFES ,2016

Durante todo el proceso mencionado se pueden realizar actividades que impliquen la lectura de información y la manipulación de los datos.

Un ejemplo de pregunta para un nivel más avanzado sería:

Dos cursos de noveno grado (901 y 902) participan en un concurso de reciclaje, cuyo reto consiste en recolectar la mayor cantidad de kilogramos de periódico. El curso 901 no ha comenzado a recolectar aún periódico; mientras que el curso 902 ya tiene 30 kg recolectados. A partir de este momento, los estudiantes de 901 deciden recolectar 6 kg cada día, al notar que a partir de ahora, los de 902 recogerán 4 kg diariamente.

¿Cuántos kilogramos de periódico, ha recolectado cada curso el día en que ambos cursos alcanzan la misma cantidad de periódico?

A. 30 kilogramos.

B. 45 kilogramos.

C. 54 kilogramos.

D. 90 kilogramos.

Ilustración 46. ICFES ,2016

Para resolver este tipo de situaciones, se deben tomar decisiones haciendo uso directo de un concepto, en este caso el de variación lineal.

El reconocimiento del modelo que subyace a un fenómeno es una de las habilidades esenciales al momento de resolver situaciones problema y uno de los modelos principales es el lineal.

Es usual que la enseñanza de los modelos funcionales se base en su forma de presentación simbólica a través de ecuaciones. Sin embargo, este abordaje no debería ser el punto de partida de este proceso de enseñanza. Sería mejor lograr que las características de los modelos se puedan llegar a comprender a partir de la experiencia y su caracterización verbal.

Por ejemplo, en el caso del modelo lineal, sus dos características básicas: tener un valor inicial, cuando la variable independiente es cero; y crecimiento constante de la variable dependiente, que responde a crecimiento constante en la variable independiente.

Cuando se aborda la enseñanza desde la caracterización, los estudiantes pueden atacar los problemas sin necesidad de los recursos simbólicos de las ecuaciones, sino con recursos más concretos: gráficas, dibujos, secuencias, etc. Solamente en el momento en que esto se logre, es pertinente enseñar la manera simbólica algebraica de usar el

modelo. Entre las orientaciones del MEN, que fortalecen este tipo de competencias se presenta a continuación:

La señora Clara visitó al médico por una infección en la garganta; el tr
miento que le recetaron consta de varios medicamentos, según se exp
en la tabla.

Medicamento	Dosis
A	Tomar una tableta cada 6 horas
B	Tomar una tableta cada 8 horas
C	Tomar una cápsula cada 12 horas

Si la primera toma de los tres medicamentos la hace al mismo tiempo, c
pleten la siguiente tabla en donde se registra el tiempo transcurrido a p
del inicio del tratamiento.

Medicamento	Horas que han pasado (después de la primera toma)								
	2º. Toma	3º. Toma	4º. Toma	5º. Toma	6º. Toma	7º. Toma	8º. Toma	9º. Toma	1 To
A	6	12							
B		16	24						
C			36						

a) Después de la primera toma, ¿cuántas horas deben transcurrir p
que coincida la toma simultánea de al menos dos medicamentos

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la información explícita contenida en una tabla, resuelvan problemas que implican representar más de dos razones mediante fracciones y compararlas utilizando fracciones equivalentes.

Consigna

Con base en los datos que proporciona la tabla y organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas. **Si lo consideran necesario pueden usar su calculadora.**

1. Si comparamos el arroz, los frijoles y las tortillas, ¿cuál alimento es el más rico en carbohidratos?

2. Si consideramos el huevo, la carne de res y el pescado, ¿cuál alimento es el más rico en proteínas?

3. ¿Cuál es el alimento más rico en lípidos?

Alimento	Gramos	Carbohidratos	Proteínas	Lípidos
Arroz	100	80	7	1
Huevo	50	3	11	10
Carne de res	90	0	18	18
Pescado	50	0	12	2
Frijoles	120	60	22	2
Tortillas	25	15	2	1

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir números decimales entre números naturales en un contexto monetario.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan el problema.

En el almacén "La Abarrotera" pusieron en oferta paquetes de jabón para tocador. De acuerdo con la información de la tabla, ¿cuál es la oferta que más conviene?

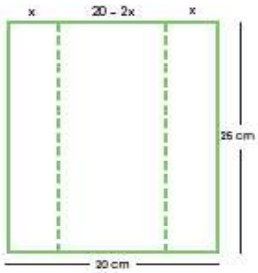
Marca	Número de jabones	Precio del paquete ($)	Precio de un jabón ($)
Cariño	5	17.50	
Fresquecito	4	10.80	
Darling	7	26.60	
Siempre floral	6	32.40	

Consideraciones previas

No obstante que es la primera vez que los alumnos se enfrentan a problemas que implican dividir un decimal entre un natural, se espera que con lo que saben de números decimales y con su experiencia en el manejo del dinero, puedan calcular el costo de un jabón. Los procedimientos que pueden seguir son variados; a manera de ejemplo se presentan algunos:

Ilustración 47. Tomado del Texto desafío Matemático Docente. Grado Sexto. Fuente:http://cor.to/1L4t

Posteriormente, se presenta la siguiente situación: un constructor canaletas de las usadas para hacer circular el agua cuando llueve, e interesado en construir un nuevo producto. Para esto, cuenta con u pieza de metal de 20 cm x 25 cm, como la que se muestra en la figu



¿Cuál deberá ser la dimensión, del lado x, para que el volumen de canaleta sea máximo?

Una vez se ha presentado la situación, conviene verificar que los estudian han comprendido la tarea, haciendo preguntas como: ¿cuál es tarea por resolver?, ¿qué representan las expresiones *x* y 20- en el gráfico?, ¿qué conocimientos matemáticos podr utilizar para resolver la tarea?, ¿pueden represen gráficamente una canaleta, a partir de la figu o ¿han resuelto problemas similares anteriorment

Luego, puede hacer entrega de hojas de papel 20 cm x 25 cm, que representan la pieza de metal co que se va a construir la canaleta, pidiendo a cada gru que construyan diferentes canaletas y que propongan u forma para obtener su volumen. Se espera que los estudian comenten que para obtener el volumen de cada canal construida, es necesario obtener el producto entre el larg ancho y el alto.

Los estudiantes deben calcular el volumen de cada una de las canaletas construidas y registrar los datos, de manera que puedan discutir la forma en la que asegurarían que ese volumen es máximo. Las conclusiones de cada grupo pueden socializarse indagando sobre la forma de obtener el volumen de cualquier canaleta, para lo cual se debe identificar de qué depende el valor del volumen de la canaleta.

Proponga a los estudiantes que representen la variación del volumen de la canaleta a través de una ecuación. Para ello, es importante que comprendan que el volumen depende de x y la ecuación es:

$$V(x)=25*(20-2x)*x$$
$$V(x)=500x-50x^2$$

Haga énfasis en que esta función se obtiene al multiplicar las tres dimensiones de cualquier canaleta de altura x. Es importante que los estudiantes reconozcan algunas características de esta función de volumen. Por ejemplo, que es una función cuadrática o que gráficamente es una parábola convexa (abre hacia abajo).

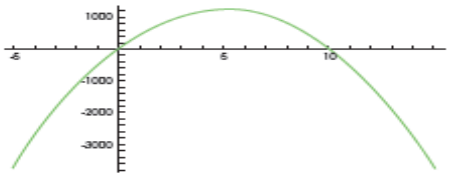
Una vez obtenida la función para el volumen, pida a sus estudiantes que construyan la siguiente tabla, donde para cada valor de x, determinarán el respectivo valor de V(x):

x	1/3	1/2	3/4	1	4/35	3/26	7/47	2	5	10
V(x)										

Oriente el trabajo de sus estudiantes con preguntas como: ¿cuál es el valor de V(x) cuando x vale 0?, ¿cuál es el valor de V(x) cuando x vale 10?, ¿por qué? ¿podría x tomar valores negativos?, ¿qué pasa con el valor del volumen para valores de x menores que 5? y ¿para valores mayores que 5?

Después de responder estas preguntas, solicite a sus estudiantes que realicen una gráfica de V(x) y que comenten los resultados. Se espera que los estudiantes obtengan la gráfica de una parábola convexa.

$600x - 60x^2 = 0$



Recuerde a sus estudiantes el objetivo de la actividad: ¿cual deberá s
la dimensión del lado *x* para que el volumen de la canaleta sea máxim

A continuación, invítelos a observar la representación gráfica de
función volumen y determinen cuál sería su mayor valor. Se espera qu
los estudiantes enuncien que el mayor valor se daría en el punto más al
de la parábola, que corresponde al vértice de la misma. La coordenad
en el eje x, del vértice de la parábola corresponde al punto $(\frac{-b}{2a})$ y pa
el caso de esta actividad tiene un valor de 5.

Para resolver la situación problema, los estudiantes deben evaluar
función V(x) cuando x toma el valor de 5, pues en este caso se obtier
el volumen máximo. Al realizar el procedimiento, los estudiantes deberá
encontrar que el valor máximo del volumen es 1.250 cm^3.

Introduzca otras características de la gráfica de la función cuadrátic
en relación con la ecuación como las coordenadas de su vértice y s
puntos de corte con el eje X.

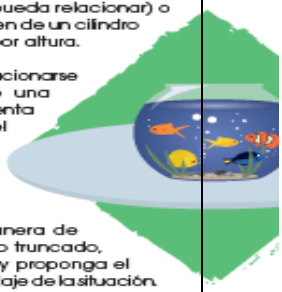
Para finalizar la actividad, solicite a un integrante de cada grupo qu
presente los resultados a sus compañeros. En este momento, verifiqu
que cada grupo obtuvo la respuesta correcta al problema.

ESTRUCTURACIÓN
Práctica

Proponga una situación como la siguiente: Carlos tiene 5 peces y cada pez necesita aproximadamente 45 cm^3 de espacio para vivir. Carlos ha comprado un purificador de agua que ocupa un volumen de 39 cm^3 por lo que debe cambiar su pecera. Él desea que su nueva pecera tenga forma cilíndrica o de cono truncado, ¿cuáles son las dimensiones mínimas que debe tener cada tipo de pecera para los 5 peces de Carlos?

En primera instancia, se recomienda identificar si los estudiantes saben de qué manera se obtiene el volumen de cilindros y conos truncados. Si no es así, es posible generar actividades para introducirlas haciendo uso de material concreto (modelos con plastilina, recipientes con las formas de los cuerpos y cuyo volumen se pueda relacionar) o *software* educativo para abordar el volumen de un cilindro extendiendo la idea de área de la base por altura.

Respecto del volumen del cono, puede relacionarse o extenderse la idea de volumen de una pirámide cuya cantidad de lados se aumenta indefinidamente o desde la relación entre el volumen del cilindro y el cono. Una vez se construya la manera en que se obtiene el volumen del cono, introduzca la del cono truncado.



Cuando los estudiantes conozcan la manera de obtener el volumen del cilindro y del cono truncado, recuerde las condiciones de la situación y proponga el trabajo en grupos de estudiantes en el abordaje de la situación.

Oriente a los estudiantes en las estrategias de solución que planteen con aspectos como: realizar representaciones de la situación que en primer lugar pueden ser gráficas y deben transitar a simbólicas y algebraicas, el volumen que debe tener cada pecera, las dimensiones de las que depende el volumen de la pecera para cada forma (cilindro y cono truncado), entre otras.

Ilustración48. Tomado de Tomada de las orientaciones pedagógicas, 2016, p:

Ejemplo

La fábrica de muebles

Resumen:

La actividad consiste en determinar el número de muebles que debe producirse para agotar la existencia de dos materiales diferentes en una fábrica. Los estudiantes plantearán un sistema de ecuaciones y lo resolverán usando diferentes métodos.

SABERES PREVIOS
Exploración

En un primer momento, puede proponerse una situación que a través de ecuaciones lineales. A partir de esto, establezca como: ¿cuáles son los elementos principales de una ecua cuáles situaciones han planteado ecuaciones? o ¿cómo las ha

ESTRUCTURACIÓN
Práctica

Para el desarrollo de esta actividad, solicite a sus estudiantes que organicen en equipos de trabajo de 3 o 4 integrantes.

Posteriormente, presente una situación como la siguiente: en una fábric de muebles se producen sillas y mesas y se usan dos tipos de madei cedro y roble. Para fabricar una silla se requieren 7 unidades de cedro 5 de roble. Para fabricar una mesa se requieren 8 unidades de cedro 11 de roble. Si se sabe que hay 29 unidades de cedro y 26 unidades d roble, ¿cuántas sillas y cuantas mesas deberían fabricarse para agotar las existencias de los dos tipos de madera?

Cada grupo de trabajo deberá responder las siguientes preguntas: ¿cuál es la tarea por realizar?, ¿qué información conocemos que nos permite lograr la tarea?, ¿es suficiente esta información? y ¿qué información nos hace falta para resolver la tarea? Una vez los grupos han contestado estas preguntas, el docente les solicita que propongan una estrategia para resolver el problema.

A partir de las estrategias planteadas por los grupos, formalice con sus estudiantes el planteamiento de un sistema de ecuaciones. Puede realizar preguntas como: ¿cuántas incógnitas tenemos? o ¿cuántas ecuaciones necesitamos? El sistema planteado debe ser un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas como el que se muestra a continuación:

$$(1)\ 7s + 8m = 29$$
$$(2)\ 5s + 11m = 26$$

En el sistema anterior, se representa la cantidad de sillas y m representa la cantidad de mesas. Es fundamental que se dialogue con los estudiantes las condiciones de s y m para que sean solución al sistema de ecuaciones, esto es que los valores para s y m resuelvan las dos ecuaciones.

Solicite a cada uno de los grupos que identifique una manera de solucionar el sistema de ecuaciones y socialice las respuestas tomando apuntes de las ideas de los estudiantes que le permitan introducir alguno o varios de los siguientes métodos de resolución de ecuaciones: sustitución, gráfico, igualación o eliminación.

Teniendo en cuenta el o los métodos que puedan ser introducidos a partir de las estrategias de solución de los estudiantes, asigne un método de resolución a cada grupo, pidiendo que lleven un registro de los pasos que realizará para resolver el sistema. Lo anterior le permitirá evidenciar el proceso empleado, identificar dificultades y formalizarlo con todo el grupo.

Un integrante de cada grupo presenta la solución a sus compañeros. Es importante que revise que cada grupo realmente resuelve el problema usando el método asignado, identifique las dificultades que se presentan para comprender qué es un sistema de ecuaciones, o sus métodos de

Ilustración49.Tomado de las orientaciones pedagógicas, 2016, p:

BIBLIOGRAFÍA

- http://cor.to/1L4y. Consultado en julio 11del 2017.
- https://issuu.com/ginesciudadreal. Consultado en julio 9. Desafíos
- https://luisamariaarias.wordpress.com/category/0-3-matematicas/15-estadistica-y-probabilidad/juegos virtuales. Consultado en julio 4 del 2017
- http://cor.to/1L4B. Consultado en junio 2 del 2017. CÓMO CONVERTIR MEDIDAS
- ICFES. Guía de Interpretación y Uso de Resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9°. 2016