

## UNIDAD DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS - GRADO 6°

### TEMA: SISTEMAS DE NUMERACIÓN DECIMAL

**Objetivo General:** Comprender la estructura del sistema de numeración decimal y el conjunto de los números naturales (N), desarrollando la capacidad para utilizar las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y sus propiedades en la formulación y resolución de problemas cotidianos, fomentando el razonamiento lógico y la argumentación matemática.

#### Objetivos Específicos

1. **Identificar** las características y propiedades del sistema de numeración decimal (valor posicional, agrupamiento en base diez, etc.) y contrastarlas, de manera general, con otros sistemas de numeración (por ejemplo, el romano o binario).
2. **Leer, escribir, ordenar y representar** números naturales de grandes cantidades, utilizando la recta numérica y explicitando los criterios de comparación (mayor que, menor que, igual a).
3. **Proponer y utilizar** diferentes procedimientos y estrategias para realizar las cuatro operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) con números naturales, desarrollando habilidades de cálculo mental, aproximación y estimación de resultados.
4. **Aplicar** las propiedades de las operaciones (conmutativa, asociativa, distributiva, elemento neutro) para simplificar cálculos y comprender mejor su funcionamiento.
5. **Solucionar** problemas que impliquen el uso de operaciones combinadas con números naturales, identificando la jerarquía de las operaciones y justificando los procedimientos utilizados.
6. **Modelar** situaciones de la vida cotidiana que requieran el uso de números naturales y sus operaciones, comunicando los procesos y resultados de forma clara y coherente.

#### CONTENIDOS DE APRENDIZAJE:

##### Sistemas de numeración

1. Números romanos
2. Sistema de numeración decimal
  - 2.1. Números Naturales
    - 2.1.1. Operaciones y Propiedades.
      - 2.1.1.1. Adición y Sustracción.
      - 2.1.1.2. Multiplicación.
      - 2.1.1.3. División.

### LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

#### ¿Qué es un Sistema de Numeración?

Un **sistema de numeración** es un conjunto de símbolos y reglas que nos permiten representar y escribir números (cantidades). Piensa en los números como un lenguaje especial para contar.

#### ¿Qué se necesita para tener un Sistema de Numeración?

Todo sistema de numeración necesita dos elementos clave:

- **Símbolos o Dígitos:** Son los signos que se usan para representar cantidades básicas. Por ejemplo, en nuestro sistema usamos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
- **Reglas:** Son las normas que nos dicen cómo combinar esos símbolos para formar números más grandes y qué valor tiene cada símbolo.

#### Subdivisión de los Sistemas de Numeración

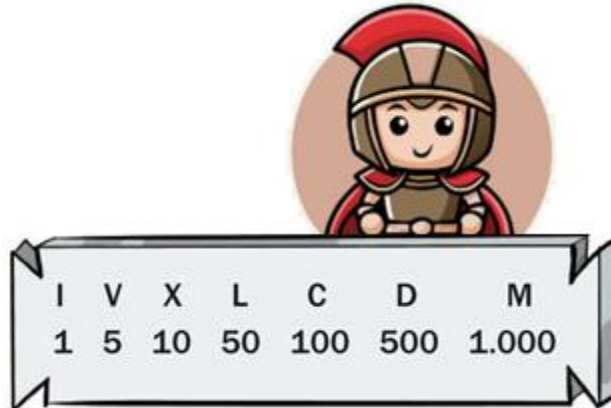
Los sistemas de numeración se pueden clasificar principalmente en dos tipos, según cómo asignan valor a sus símbolos:

**a. Sistemas Aditivos:** En estos sistemas, el valor total del número se obtiene **sumando** los valores de todos sus símbolos, sin importar mucho su posición. Los números romanos son un ejemplo de este tipo de sistema (aunque tienen algunas reglas de resta).

**b. Sistemas Posicionales:** En estos sistemas, el valor de un símbolo depende de la **posición** que ocupa dentro del número. Nuestro sistema decimal es el mejor ejemplo: el dígito '5' en 50 no vale lo mismo que en 500 (cincuenta unidades frente a quinientas).

## LOS NÚMEROS ROMANOS

Los números romanos usan letras mayúsculas como símbolos. Es un sistema mayormente aditivo:



### Reglas Principales

1. No se puede repetir más de tres veces una misma letra.
2. Los símbolos V y L no se repiten, ya que VV = 10 y LL = 100 y ya tienen letra propia para ese valor numérico.
3. Cuando se repiten letras se suman entre sí: XX = 20
4. Cuando las letras van a la derecha de otra letra con mayor valor numérico se suman: XII = 12.
5. Cuando la letra va a la izquierda de otra de mayor valor se resta: IX = 9
6. Sólo restan I, X y C, y lo hacen a las letras de valores inmediatamente superior. Es decir:  
IV o IX  
XL o XC  
CD o CM

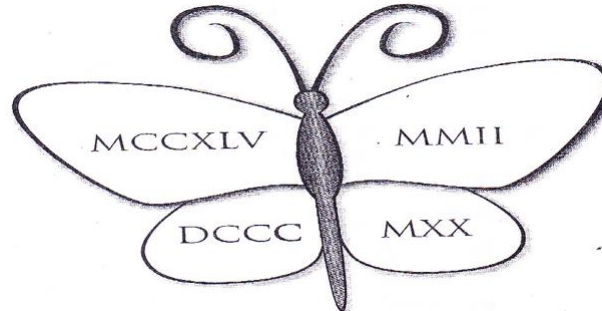
### Ejemplo:

- **MCMXCIX** = 1000 + (1000 - 100) + (100 - 10) + (10 - 1) = 1000 + 900 + 90 + 9 = **1999**
- **CCXX** = 100 + 100 + 10 + 10 = **220**

### Taller: Números Romanos

1. En la biblioteca del colegio hay una enciclopedia de 20 tomos numerados con números romanos. Los tomos I, V, X, XV, XVII, XIX están en la biblioteca; los demás están prestados. ¿Qué tomos están prestados a los estudiantes?, escribe tu respuesta dándola en el sistema de numeración romana.
2. Escribe cada número decimal en el sistema de numeración romano.  
a. 21   b. 88   c. 314   d. 349   e. 285 500   f. 102   g. 399   h. 57   i. 1985
3. Expresa cada número romano en el sistema de numeración decimal.  
a. XIX   b. XXV   c. XXXIX   d. XCV   e. DLXXVIII   f. DCCC

4. La primera mujer matemática en la historia se llama HIPATIA. Ella nació en el año de CCCLXX después de Cristo y murió asesinada bárbaramente en el año CDXV después de Cristo. Expresa en el sistema decimal los años de nacimiento y muerte respectivamente.
5. Observa los números romanos que hay en las alas de la mariposa.
  - a. Colorea de amarillo la región de la mariposa si el número romano escrito en ella es menor que 1.000.
  - b. Colorea de rojo la región de la mariposa si el número romano escrito en ella es 1.020.
  - c. Colorea de naranja la región de la mariposa si el número romano escrito en ella es mayor a 2.000.
  - d. Colorea de verde la región de la mariposa si el número romano escrito en ella es 1.245.



### EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL (NUESTRO SISTEMA)

Este es el sistema que usamos todos los días.

#### Definición

El sistema de numeración decimal es un **sistema posicional** con **base 10**. Esto significa dos cosas:

- Usamos 10 símbolos (dígitos): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
- Cada 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden superior siguiente (10 unidades = 1 decena, 10 decenas = 1 centena, etc.).

#### Tabla de Valor Posicional

El valor de un dígito cambia según su lugar en la tabla, organizándose en grupos de tres (unidades, millares, millones, etc.).

CMMM	DMMM	UMMM	CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
			2	3	5	8	4	2	5	9	3
Centenas de Miles de Millón	Decenas de Miles de Millón	Unidades de Miles de Millón	Centenas de Millón	Decenas de Millón	Unidades de Millón	Centenas de Mil	Decenas de Mil	Unidades de Mil	Centenas	Decenas	Unidades

Este número se descompone según su posición y su valor posicional

- POSICIÓN  $235.842.593 = 2CM + 3DM + 5UM + 8Cm + 4Dm + 2Um + 5c + 9d + 3u$
- VALOR POSICIONAL  $235.842.593 = 200.000.000 + 30.000.000 + 5.000.000 + 800.000 + 40.000 + 2.000 + 500 + 90 + 3$

**Ejemplo:** En el número **4.325**

- El 5 está en la posición de las Unidades (vale 5).
- El 2 está en la posición de las Decenas (vale 20).
- El 3 está en la posición de las Centenas (vale 300).
- El 4 está en la posición de las Unidades de Millar (vale 4.000).

#### Lectura de Números Grandes



Para leer números grandes, los agrupamos en conjuntos de tres dígitos de derecha a izquierda, separados por puntos o comas, que marcan los "miles" y los "millones".

**Ejemplo: 145.678**

Se lee: Ciento cuarenta y cinco **mil** seiscientos setenta y ocho.

**Ejemplo: 5.342.701**

Se lee: Cinco **millones** trescientos cuarenta y dos **mil** setecientos uno.

**Ejemplo: 128.900.540**

Se lee: Ciento veintiocho **millones** novecientos **mil** quinientos cuarenta.

**Taller: Sistema de Numeración Decimal**

- Colorea según la clave y luego responde en tu cuaderno de matemáticas:  
 Con naranja: números donde el 2 vale 2000.  
 Con verde: números donde el 4 vale 40.000  
 Con azul: números donde el 5 vale 500  
 Con amarillo: números donde el 3 vale 300.000

453.580	840.321	398.200.235	361.367	752.300
365.340.000	256.364.531	940.325	675.240	143.050
432.650	309.820	122.980	960.501	370.405
443.100	548.430	762.185	241.735	471.520

- ¿Qué número quedó sin colorear? Lo escribo en número y letra \_\_\_\_\_
- ¿Cuál cifra del número quedó sin colorear ocupa la posición de las centenas de mil? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál cifra del número quedó sin colorear ocupa la posición de las decenas de mil? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál cifra del número quedó sin colorear ocupa la posición de las centenas? \_\_\_\_\_

- Encierra los números correspondientes en la sopa de números.

0	1	2	5	1	9	8	4	1
1	5	1	0	0	0	0	0	5
7	2	1	0	0	5	9	1	0
4	3	2	0	2	0	0	1	4
9	0	0	7	0	9	8	0	1
2	4	0	1	3	0	0	0	2
8	1	0	2	0	5	4	3	1
0	3	1	9	0	7	0	5	0
4	2	5	3	0	4	0	0	0

- Dos millones ciento doce mil
- Quince millones cien mil
- Cien millones doscientos tres mil
- Cuatro millones trescientos veinte mil doscientos
- Ciento cincuenta millones cuatrocientos doce mil cien
- Veinticinco millones trescientos cuatro mil

- Luego de encerrar los números de la sopa de letras, ubico estos números en la casilla de posición:

MILLONES			MILES			UNIDADES		
CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U

- Escribe >, < o = según corresponda:
- Completa:

17.347 \_\_\_\_\_ 142.639  
 30.001 \_\_\_\_\_ 30.070  
 51.684.320 \_\_\_\_\_ 51.681.510  
 4.002.169 \_\_\_\_\_ 4.002.169

Anterior	Número	Siguiente
	10.000.000	
19.999.999		
	99.900.000	
		100.000.00

6. Une con una flecha. El número de la izquierda con la descomposición según su posición de la columna de la derecha.

34.758.492      3Cm + 4Dm + 7Um + 5CM + 8DM + 9UM + 4C + 9D + 2U  
 345.754.928      3Dm + 4Um + 7CM + 5DM + 8UM + 4C + 9D + 2U  
 347.589.492      3Cm + 4Dm + 5Um + 7CM + 5DM + 4UM + 9c + 2D + 8U

7. Escribo en letra los números del punto anterior, en el cuaderno de matemáticas.

### ¿Qué son los Números Naturales?

Los números naturales son aquellos que utilizamos en la vida diaria para **contar** y **ordenar** elementos. Se representan con la letra **N**. Este conjunto comienza desde el número 1 hasta el infinito  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$   
 Algunos textos incluyen el cero (0) como número natural, pero esto puede variar.

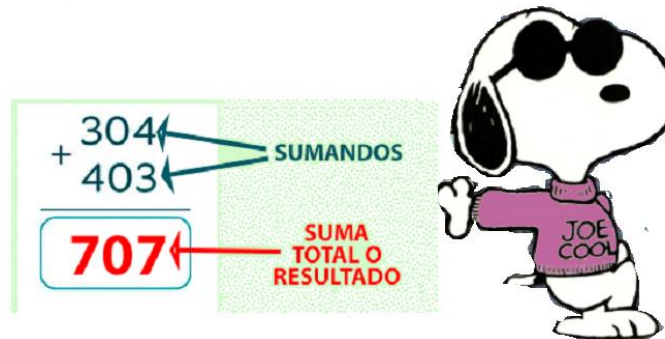
#### Ejemplo:

- Contar las sillas en un salón: 1, 2, 3, 4, ...
- Identificar el número de camiseta de un jugador: 10, 7, 9.

### Operaciones Básicas con Números Naturales

A continuación, se explican las operaciones básicas con ejemplos sencillos:

a. **SUMA (ADICIÓN):** La suma es la operación de **añadir** o **combinar** cantidades. Sus términos son:



**Pasos para sumar verticalmente:** 35.786 + 67.908 + 4.502

1. **Alineación:** Escribe los números uno debajo del otro, asegurándote de que las unidades queden debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, y así sucesivamente.
2. **Suma de unidades:** Empieza por la columna más a la derecha (unidades). Suma esos números.
3. **Manejo de "llevadas":**
  1. Si el resultado es un número de una cifra (ej. 7), escríbelo debajo de la columna.
  2. Si es de dos cifras (ej. 12), escribe solo la unidad (2) y lleva la decena (1) a la columna de las decenas, escribiéndola encima o a un lado.

$$\begin{array}{r}
 35.786 + \\
 67.908 \\
 4.502 \\
 \hline
 \end{array}$$

1

$$\begin{array}{r}
 35.78\mathbf{6} + \\
 67.90\mathbf{8} \\
 4.50\mathbf{2} \\
 \hline
 \mathbf{6}
 \end{array}$$

4. **Suma de decenas y siguientes:** Suma los números de la siguiente columna (decenas), incluyendo cualquier número que hayas "llevado" de la columna anterior. Repite el proceso de "llevar" si es necesario.
5. **Continúa:** Sigue sumando columna por columna hacia la izquierda hasta terminar todos los números y columnas, escribiendo el resultado final.

$$\begin{array}{r}
 35.786 + \\
 67.908 \\
 4.502 \\
 \hline
 12\ 1 \\
 35.786 + \\
 67.908 \\
 4.502 \\
 \hline
 108.196
 \end{array}$$

**Propiedades de la Adición:**

- **Propiedad conmutativa:** cambiar el orden de los sumandos no altera la suma. Por ejemplo,  $4 + 2 = 2 + 4$
- **Propiedad asociativa:** la forma de agrupar los sumandos no cambia la suma. Por ejemplo,  $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$
- **Propiedad modulativa (Elemento neutro):** Sumar 0 a cualquier número da por resultado el mismo número. Por ejemplo,  $0 + 4 = 4$

- b. **RESTA (SUSTRACCIÓN):** La resta es la operación de **quitar** o encontrar la **diferencia** entre dos cantidades. **Sus términos son:**

Minuendo es el número que se va restar (que va a disminuir)  
 Sustraendo es el número que va a quitar (sustraer).  
 Diferencia es el resultado de la operación.

Minuendo → 27 -

Sustraendo → 24

Diferencia → 3



**Pasos para sumar verticalmente:**  $34.782 - 7.908$

1. **Alinear los números:** Escribe el minuendo (número mayor) arriba y el sustraendo (número menor) debajo, asegurándote de que las unidades, decenas, centenas, etc., queden en la misma columna, alineados a la derecha.
2. **Restar las unidades:** Empieza por la columna más a la derecha. Si la cifra del minuendo es mayor o igual, resta normalmente. Si es menor, pide prestado 1 (una "decena") a la siguiente columna de la izquierda, convirtiendo tu cifra en 10 más la original (por ejemplo, si tienes un 2 y pides prestado, se convierte en 12).
3. **Continuar con las demás columnas:** Sigue restando las decenas, centenas, etc., de derecha a izquierda, recordando que, si pediste prestado en la columna anterior, debes restar 1 extra a la cifra de la columna actual.

$$\begin{array}{r}
 34.782 - \\
 7.908 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 34.782 - \\
 7.908 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 34.782 - \\
 7.908 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 34.782 - \\
 7.908 \\
 \hline
 26.874
 \end{array}$$

**Actividad 1: Adición y Sustracción de Números Naturales**

1. Practiquemos, comprueba el resultado de las restas.

$$\begin{array}{r} 37.251 \\ + 87.390 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15.339 \\ + 16.190 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42.431 \\ + 56.642 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9393 \\ - 7475 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6457 \\ - 4191 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7256 \\ - 2719 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55.609 \\ + 51.937 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79.716 \\ + 50.569 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41.863 \\ + 61.168 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3677 \\ - 1352 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8756 \\ - 7599 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7293 \\ - 0895 \\ \hline \end{array}$$

## Actividad 2: Propiedades de la Adición

### 1. Une, con una línea, cada suma con su resultado.

$98.754 + 56.483$

 270.561

$208.645 + 364.023$

$364.023 + 208.645$

 924.392

$514.780 + 409.612$

$75.860 + 194.701$

 572.668

$56.483 + 98.754$

$409.612 + 514.780$

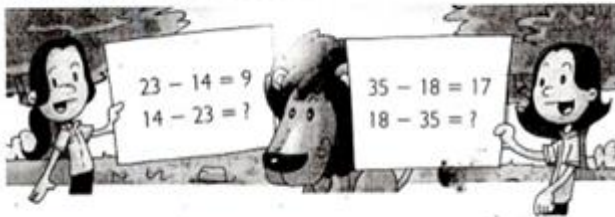
 155.237

$194.701 + 75.860$

### 2. Completa con los símbolos = o ≠ según corresponda.

- $9.254 + 8.710$    $8.710 + 9.254$
- $0 + 92.341$    $92.341 + 0$
- $7.623 - 4.870$    $4.870 - 7.623$
- $81.653 + 0$    $0 + 81.653$
- $1.091 - 6.508$    $6.508 - 1.091$
- $75.864 - 0$    $0 - 75.864$

### 3. Ángela y María comparan los resultados que obtuvieron en algunas sustracciones que realizaron. Observa.



¿La resta entre números naturales es una operación conmutativa?

Explica tu respuesta. \_\_\_\_\_

### 4. Encuentra el término que falta para que se cumpla la propiedad conmutativa.

a.  $36 + 24 = \square \longrightarrow \square + 36 = \square$

b.  $365 + 15 = \square \longrightarrow 15 + \square = \square$

c.  $1465 + 362 = \square \longrightarrow \square + 1465 = \square$

5. Coloca el término que falta para que se cumpla la propiedad asociativa.

a.  $(354 + 36) + 245 = \square \longrightarrow \square + (36 + 245) = \square$

b.  $(1324 + 28) + 323 = \square \longrightarrow 1324 + (\square + 323) = \square$

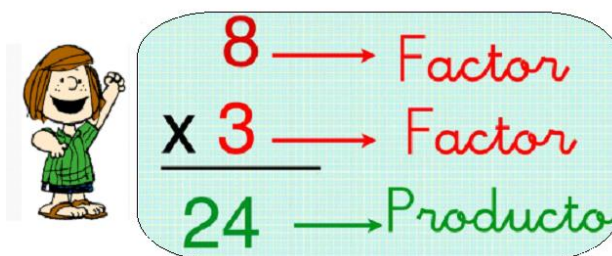
c.  $(952 + 13) + 46 = \square \longrightarrow 952 + (13 + \square) = \square$

6. Resuelvo el elemento neutro.

a.  $825 + 0 = \square$      $0 + 2468 = \square$      $525 + 0 = \square$

b.  $0 + 6453 = \square$      $36 + 0 = \square$      $0 + 3589 = \square$

c. **Multiplicación:** La multiplicación es una **suma repetida** del mismo número. Los términos son:



Pasos para multiplicar:

1. **Alineación:** Escribe el número superior (multiplicando) y debajo el de dos cifras (multiplicador), alineando unidades con unidades y decenas con decenas.
2. **Multiplicar por las unidades:** Toma la cifra de las unidades del número inferior y multiplícala por cada cifra del número de arriba, de derecha a izquierda. Si el resultado es mayor 10, escribe la unidad y "llévate" la decena para sumarla a la siguiente multiplicación.
3. **Multiplicar por las decenas:** Toma la cifra de las decenas del número inferior y multiplícala por cada cifra del número de arriba.
4. **Desplazamiento:** ¡Importante! El resultado de multiplicar por las decenas debe escribirse en una nueva fila, desplazado un lugar hacia la izquierda (dejando el espacio de las unidades vacío o poniendo un cero).
5. **Suma final:** Suma los dos productos parciales obtenidos para conseguir el resultado final.

Propiedades de la multiplicación:

- **Propiedad Conmutativa:** El orden de los factores no altera el producto. Ej:  $5 \times 3 = 15$  y  $3 \times 5 = 15$
- **Propiedad Asociativa:** El modo de agrupar los factores no varía el resultado. Ej:  $2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$  y  $2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$
- **Propiedad Distributiva:** La multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada sumando. Ej:  $3 \times (2 + 4)$  es  $3 \times 2 + 3 \times 4 = 6 + 12 = 18$  y también  $3 \times (2 + 4)$  es  $3 \times 6 = 18$ .
- **Propiedad Clausurativa:** El producto de dos números naturales es siempre otro número natural. Ej:  $4 \times 6 = 24$  (24 es natural).
- **Elemento Neutro (Modulativa):** Todo número multiplicado por 1 da como resultado el mismo número. Ej:  $7 \times 1 = 7$
- **Propiedad del Cero (Factor Nulo):** Todo número multiplicado por 0 da como resultado 0. Ej:  $8 \times 0 = 0$

Actividad: Multiplicación de números Naturales

1. Realiza las siguientes multiplicaciones y realiza su prueba.

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times 97 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 654 \\ \times 45 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 567 \\ \times 21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 264 \\ \times 87 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 765 \\ \times 67 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times 54 \\ \hline \end{array}$$

2. Completa los números que faltan para que la igualdad sea cierta.

- $15 \times 12 = 12 \times \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} \times 36 = \underline{\quad} \times 28$
- $\underline{\quad} \times 26 = \underline{\quad} \times 58$
- $11 \times \underline{\quad} = 82 \times \underline{\quad}$
- $37 \times \underline{\quad} = 49 \times \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} \times 45 = \underline{\quad} \times 73$

3. La profesora de educación física organiza a los niños del colegio para un desfile de inauguración del día del deporte. Colorea las formaciones en las que utiliza la misma cantidad de estudiantes.

7 filas de 6 estudiantes

4 filas de 8 estudiantes

8 filas de 4 estudiantes

5 filas de 11 estudiantes

11 filas de 5 estudiantes

8 filas de 6 estudiantes

6 filas de 7 estudiantes

6 filas de 7 estudiantes

4. Observa el ejemplo. Luego, resuelve los ejercicios.

$$\begin{aligned} 7 \times 50 &= 7 \times 5 \times 10 \\ &= (7 \times 5) \times 10 \\ &= 35 \times 10 \\ &= 350 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \times 300 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= (\underline{\quad} \times \underline{\quad}) \times 100 \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \times 900 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= (\underline{\quad} \times \underline{\quad}) \times 100 \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \times 700 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= (\underline{\quad} \times \underline{\quad}) \times 100 \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

d. **DIVISIÓN:** La división es la operación de **repartir** una cantidad en partes iguales. **Sus términos son:**



Actividad: División

1. Realiza las siguientes divisiones con su respectiva prueba y relaciona con una línea el cociente obtenido.

$$\begin{array}{r} 5778 \overline{)42} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$

213

227

$$\begin{array}{r} 8695 \overline{)53} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9871 \overline{)64} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$

137

154

$$\begin{array}{r} 8757 \overline{)41} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7270 \overline{)32} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$

164

97

$$\begin{array}{r} 6345 \overline{)42} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5380 \overline{)61} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$

151

88

$$\begin{array}{r} 4172 \overline{)43} \\ \square\square\square \\ \square\square \\ \square\square \end{array}$$