



## Capítulo 5

### La quinta noche

De repente, se había acabado. Robert esperó en vano a su visitante del reino de los números. Por la noche se iba a la cama como siempre, y la mayoría de las veces soñaba, pero no con calculadoras grandes como sofás y cifras saltarinas, sino con profundos agujeros negros en los que tropezaba o con un desván lleno de baúles viejos de los que salían gigantescas hormigas. La puerta estaba cerrada, no podía salir, y las hormigas le trepaban por las piernas. En otra ocasión quería cruzar un río de caudalosas aguas, pero no había puente, y tenía que saltar de una piedra a otra. Cuando ya esperaba alcanzar la otra orilla, se encontraba de pronto en una piedra en medio del agua y no podía avanzar ni retroceder. Pesadillas, nada más que pesadillas, y ni por asomo un diablo de los números.

Normalmente siempre puedo escoger en qué quiero pensar, cavilaba Robert. Sólo en sueños tiene uno que soportarlo todo. ¿Por qué?

-¿Sabes? -le dijo una noche a su madre-, he tomado una decisión. De hoy en adelante no voy a soñar más.

-Eso está muy bien, hijo mío -respondió ella-. Siempre que duermes mal, al día siguiente no atiendes en clase, y luego traes a casa malas notas.

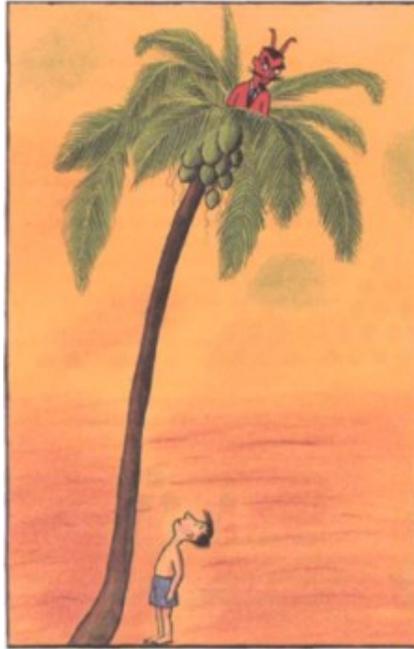
Desde luego, no era eso lo que a Robert le molestaba de los sueños. Pero se limitó a decir buenas noches, porque sabía que uno no puede explicárselo todo a su madre.

Pero apenas se había dormido cuando la cosa volvió a empezar. Caminaba por un extenso desierto, en el que no había ni sombra ni agua. No llevaba más que un

bañador, caminó y caminó, tenía sed, sudaba, ya tenía ampollas en los pies... cuando al fin, a lo lejos, vio unos cuantos árboles.

Tiene que ser un espejismo, pensó, o un oasis.

Siguió trastabillando hasta alcanzar la primera palmera. Entonces oyó una voz que le resultó familiar.



*Siguió trastabillando hasta alcanzar la primera palmera. Entonces oyó una voz: « ¡Hola, Robert! ». En mitad de la palmera estaba el diablo de los números, abanicándose con las hojas.*

-¡Hola, Robert!

Alzó la vista. ¡Sí! En mitad de la palmera estaba sentado el diablo de los números, abanicándose con las hojas.

-Tengo una sed espantosa -exclamó Robert.

-Sube -dijo el anciano.

Con sus últimas fuerzas, Robert trepó hasta don-de estaba su amigo. Éste sostenía en la mano un coco: sacó su navaja e hizo un agujero en la corteza.

El zumo del coco tenía un sabor maravilloso.

-Hacía mucho que no te veía -dijo Robert-. ¿Dónde te has metido en todo este tiempo?

-Ya lo ves, estoy de vacaciones.

-¿Y qué vamos a hacer hoy?

-Estarás agotado después de tu caminata por el desierto.

-No es para tanto -dijo Robert-. Ya me encuentro mejor. ¿Qué pasa? ¿Es que ya no se te ocurre nada?

-A mí siempre se me ocurre algo -respondió el anciano.

-Números, nada más que números.

-¿Y qué si no? No hay nada que sea más emocionante. ¡Mira! Cógelo.

Puso el coco vacío en la mano de Robert.

-¡Tíralo!

-¿Dónde?

-Simplemente abajo.

Robert tiró el coco a la arena. Desde arriba, se veía pequeño como un puntito.

-Otro más. Y luego otro. Y otro -ordenó el diablo de los números.

-¿Y qué hacemos con ellos?

-Ahora lo verás.

Robert cogió tres cocos frescos y los tiró al suelo. Esto fue lo que vio en la arena:



-¡Sigue! -exclamó el anciano. Robert tiró y tiró y tiró.

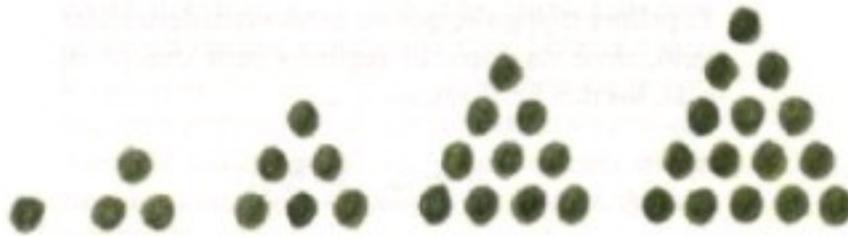
-¿Qué ves ahora?

-Triángulos -dijo Robert.



-¿Quieres que te ayude? -preguntó el diablo de los números.

Cogieron y arrojaron, cogieron y arrojaron, hasta que abajo no se veían más que triángulos, así:



-Es curioso que los cocos caigan tan ordenados -se asombró Robert-. Yo no apunté, y aunque lo hubiera hecho no soy capaz de acertar así.

-Sí -dijo el anciano sonriendo-, con tanta precisión sólo se apunta en los sueños... y en las Matemáticas. En la vida normal nada cuadra, pero en las Matemáticas cuadra todo. Por lo demás, también hubiéramos podido hacerlo sin cocos. Hubiéramos podido tirar pelotas de tenis, botones o trufas de chocolate. Pero ahora, cuenta cuántos cocos tienen los triángulos de ahí abajo.

-En realidad, el primer triángulo no es un triángulo. Es un punto.

-O un triángulo -dijo el diablo de los números- que se ha encogido hasta ser tan diminuto que sólo se ve un punto. ¿Entonces?

-Entonces hemos vuelto al uno -dijo Robert-. El segundo triángulo tiene tres cocos, el tercero seis, el cuarto diez, y el quinto... no sé, tendría que contarlos.

-No te hace falta. Puedes adivinarlo por ti mismo.

-No puedo -dijo Robert.

-Sí puedes -afirmó el diablo de los números-. El primer triángulo, que no es un verdadero triángulo, tiene un coco. El segundo tiene dos cocos más, los dos de abajo, así que:

$$1 + 2 = 3$$

»El tercero tiene exactamente tres más, la fila de abajo, así que:

$$3 + 3 = 6$$

»El cuarto tiene una fila más con otros cuatro cocos, así que:

$$6 + 4 = 10$$

» ¿Cuántos tiene entonces el quinto? Robert volvía a saber de qué iba. Gritó:

$$10 + 5 = 15$$

-Ya no necesitamos tirar más cocos -dijo-. Ya sé cómo sigue. El siguiente triángulo tendría veintiún cocos: los quince del triángulo número cinco y otros seis suman veintiuno.

-Bien -dijo el diablo de los números-. Entonces podemos bajar y ponernos cómodos. El descenso fue sorprendentemente fácil, y cuando llegaron abajo Robert no daba crédito a sus ojos: les esperaban dos tumbonas a rayas blancas y azules, chapoteaba una fuente, y en una mesita junto a una gran piscina estaban preparados dos vasos con zumo de naranja heladito. No me extraña que el viejo haya elegido este oasis, pensó Robert. Aquí se pueden pasar unas vacaciones de fábula.



Una vez que ambos hubieron vaciado sus vasos, el anciano dijo:

-Bueno, podemos olvidarnos de los cocos. Lo que importa son los números. Se trata de unos números especialmente buenos. Se les llama números triangulares, y hay más de ellos de los que te puedas imaginar.

-Lo sabía -dijo Robert-. Contigo todo llega siempre al infinito.

-Oh, bueno -dijo el anciano-, de momento tenemos bastante con los diez primeros. Espera, te los escribiré.

Se levantó de su tumbona, cogió el bastón, se inclinó sobre el borde de la piscina y empezó a escribir en el agua:

A sequence of triangular numbers written in a light blue font on a dark blue background: 1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 ...

Realmente no se detiene ante nada, pensó Robert para sus adentros. Ya sea el cielo o la arena, el anciano lo escribe todo con sus números. Ni si-quiera el agua está segura ante su bastón.

-No creas que con estos números triangulares se puede hacer cualquier cosa -le susurró al oído el diablo de los números-. Por poner un ejemplo: ¡averigua la diferencia!

-¿La diferencia entre qué? -preguntó Robert.

-Entre dos números triangulares consecutivos. Robert miró las cifras que nadaban en el agua, y reflexionó.

A sequence of triangular numbers written in a light blue font on a dark blue background: 1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 ...

-Tres menos uno son dos. Seis menos tres son tres. Diez menos seis son cuatro. Te salen todas las cifras del uno al diez, una tras otra. ¡Estupendo! Y probablemente siempre sigue así.

-Exactamente así -dijo el diablo de los números, reclinándose satisfecho-. ¡No te creas que eso sea todo! Ahora me dirás el número que prefieras, y te demostraré que puedo confeccionarlo con un máximo de tres números triangulares.

-Bien -dijo Robert-. El 51.

-Eso es fácil, incluso sólo necesito dos:

$$51 = 15 + 36$$

-¡83!

-Encantado:

$$83 = 10 + 28 + 45$$

-¡12!

-Muy fácil:

$$12 = 1 + 1 + 10$$

» ¿Lo ves?, sale siempre. Y ahora una cosa más, un verdadero puntazo, mi querido Robert. Si su-mas dos de los números triangulares sucesivos, verás un auténtico milagro.

Robert miró con más atención las cifras que nadaban:

1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 . . .

Las sumó por parejas:

$$\begin{aligned} 1 + 3 &= 4 \\ 3 + 6 &= 9 \\ 6 + 10 &= 16 \\ 10 + 15 &= 25 \end{aligned}$$

-¡Son números saltados: 22, 32, 42, 52! -No está mal, ¿eh? -dijo el anciano-. Puedes seguir el tiempo que quieras.

-No hace falta -dijo Robert-. Prefiero darme un baño.

-Pero antes te enseñaré, si quieres, otro número de circo.

-Es que empiezo a tener calor -refunfuñó Robert.

-Está bien. Entonces no. Entonces puedo irme -dijo el diablo de los números.

Ya se ha vuelto a ofender, pensó Robert. Si dejo que se vaya, probablemente soñaré con hormigas rojas, o algo por el estilo. Así que dijo: -No, quédate.

-¿Sientes curiosidad?

-Naturalmente que siento curiosidad.

-Entonces presta atención. Si sumas todos los números normales del uno al doce, ¿qué te sale?

-Ufff -dijo Robert-. ¡Qué tarea tan aburrida!

No parece tuya. Podría ser del señor Bockel. -No te preocupes. Con los números triangulares es coser y cantar. Simplemente busca el decimosegundo de ellos y tendrás la suma de todos los números del uno al doce.

Robert miró al agua y contó:

1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 66 78 ...

-Setenta y ocho -dijo.

-Correcto.

-Pero ¿por qué?

El diablo de los números echó mano a su bastón y escribió en el agua:

1 2 3 4 5 6  
12 11 10 9 8 7

-Sólo tienes que escribir, unas debajo de otras, las cifras del uno al doce, las seis primeras de izquierda a derecha y las otras seis de derecha a izquierda, y verás por qué:

»Ahora una raya debajo:

1 2 3 4 5 6  
12 11 10 9 8 7  
-----  
13 13 13 13 13 13

»Y sumas:

» ¿Y salen?

-Seis treces -dijo Robert.

-Confío en que no necesitarás calculadora para eso.

-Seis por trece -dijo Robert- son setenta y ocho. El decimosegundo número triangular. ¡Concuera perfectamente!

-Ya ves lo buenos que son los números triangulares. La verdad es que los cuadrados tampoco están mal.

-Pensaba que íbamos a bañarnos.

-Podemos bañarnos luego. Primero los números cuadrados.

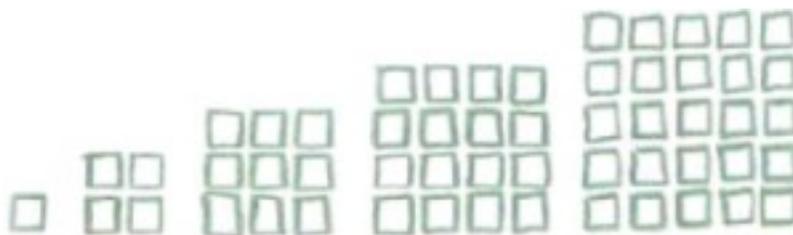
Robert miró con ansia hacia la piscina, en la que los números triangulares nadaban en fila como patitos detrás de su madre.

-Si sigues así -amenazó-, me despertaré y haré desaparecer todos los números.

-Pero también la piscina -dijo el anciano-. Por otra parte, sabes muy bien que no se puede dejar de soñar cuando se quiere. Y además, ¿quién es aquí el jefe? ¿Tú o yo? Ya se vuelve a excitar, pensó Robert. Quizá empiece también a gritar. Sólo dentro del sueño, naturalmente. Pero a mí no me gusta que me griten, ni siquiera en sueños. ¡Sabe el Diablo qué otra cosa se le habrá ocurrido!

El anciano cogió unos cubitos de hielo de la cubitera y los puso encima de la mesa.

-No es tan grave -consoló a Robert-. Es exactamente lo mismo que pasaba antes con los cocos, sólo que esta vez no se trata de triángulos, sino de cuadrados:



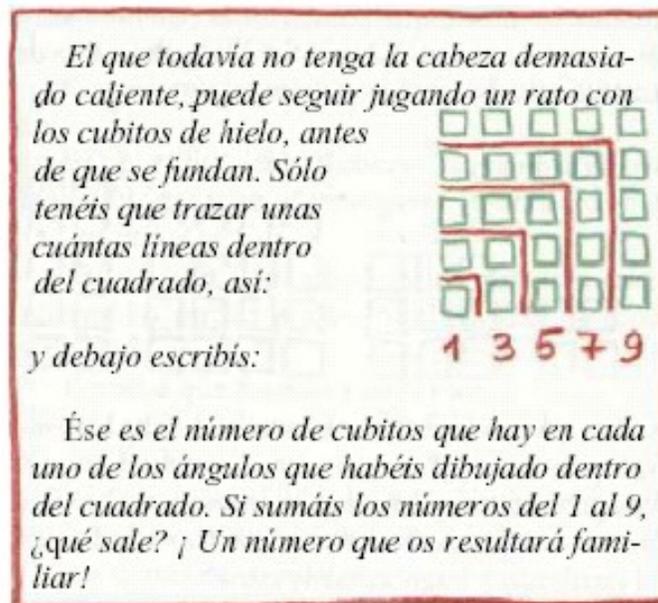
-Por favor -dijo Robert-, no hace falta que me expliques nada. Hasta un ciego vería lo que ocurre aquí. Son lisa y llanamente números saltarines. Cuento el número de cubitos que hay a cada lado del cuadrado y hago saltar la cifra:

$$\begin{aligned}
 1 \times 1 &= 1^2 = 1 \\
 2 \times 2 &= 2^2 = 4 \\
 3 \times 3 &= 3^2 = 9 \\
 4 \times 4 &= 4^2 = 16 \\
 5 \times 5 &= 5^2 = 25
 \end{aligned}$$

»Bueno, etcétera, como de costumbre.

-Muy bien -dijo el diablo de los números-. Diabólicamente bien. Eres un aprendiz de brujo de primera clase, querido, eso hay que reconocértelo.

-Pero yo quiero bañarme -refunfuñó Robert.



-¿Quizá aún quieras saber cómo funcionan los números pentagonales? ¿O los hexagonales?

-No, gracias, de verdad que no -dijo Robert. Se puso en pie y saltó al agua.

-¡Espera! -exclamó el diablo de los números-. La piscina entera está llena de números. Espera un momento a que los saque.

Pero Robert ya estaba nadando, y los números se mecían en las olas a su alrededor, todo números triangulares, y nadó hasta que ya no pudo oír lo que le gritaba el

anciano, más y más lejos. Por-que era una gran piscina infinita, infinita como los números e igual de maravillosa.





## Capítulo 6

### La sexta noche

-Probablemente crees que soy el único -dijo el diablo de los números cuando volvió a aparecer. En esta ocasión estaba sentado en una silla plegable, en medio de un enorme campo de patatas.

-¿El único qué? -preguntó Robert.

-El único diablo de los números. Pero no es cierto. Soy sólo uno de muchos. Allá de donde vengo, en el paraíso de los números, hay montones de nosotros. Por desgracia no soy el más importante. Los verdaderos jefes están sentados en sus habitaciones, pensando. De vez en cuando uno se ríe y dice algo parecido a: *«Rn igual a hn dividido entre función de n por f de n, abre paréntesis, a más theta, cierra paréntesis»*, y los otros asienten comprensivos y ríen con él. A veces ni siquiera sé de qué hablan.

-Pues para ser un pobre diablo eres bastante engreído -objetó Robert-. ¿Qué quieres, que te compadezca ahora?

-¿Por qué crees que me hacen andar por ahí por las noches? Porque los señores de ahí arriba tienen cosas más importantes que hacer que visitar a principiantes como tú, mi querido Robert.

-O sea que puedo decir que tengo suerte de poder soñar por lo menos contigo.

-Por favor, no me malinterpretes -dijo el amigo de Robert, porque entre tanto se habían hecho ca-si viejos amigos-, lo que cavilan los señores de ahí arriba no es realmente malo. Uno de ellos, al que aprecio especialmente, es Bonatschi. A veces me cuenta lo que va averiguando. Es italiano. Por desgracia hace mucho que ha

muerto, pero eso no significa nada para un diablo de los números. Un tipo simpático, el viejo Bonatschi. Por otra parte, fue uno de los primeros que entendieron el cero. Desde luego no lo inventó, pero en cambio se le ocurrió la idea de los números de Bonatschi. ¡Deslumbrante! Como la mayoría de las buenas ideas, su invento empieza con el uno... ya sabes. Más exactamente, con dos unos:

$$1 + 1 = 2.$$

»Luego coge las dos últimas cifras y las sumas

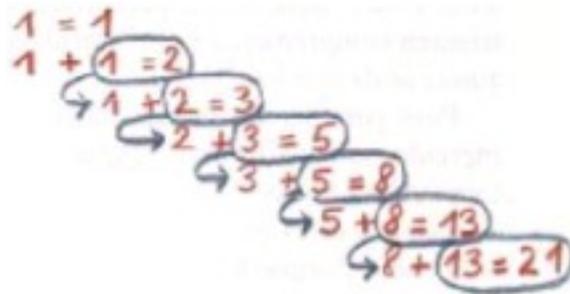
así que...

y luego... otra vez las dos últimas...

etcétera.

-Hasta el aburrimiento.

-Naturalmente.



Entonces, el diablo de los números empezó a salmodiar los números de Bonatschi; sentado en su silla plegable, cayó en una especie de canturreo. Era la más pura ópera de Bonatschi:

-

*Unounodostrescincoochotreceveintiunotreintaycuatrocincuentaycincoochentaynueve  
cientocuarentaycuatrodoscientostreintayrestrescientossetentaysiete...*

Robert se tapó los oídos.

-Ya paro -dijo el anciano-. Quizá sea mejor que te los escriba, para que puedas aprendértelos.

-¿Dónde?

-Donde tú quieras. Quizá en un pergamino.

Desatornilló el extremo de su bastón y sacó un fino rollo de papel. Lo tiró al suelo y le dio un golpecito. ¡Es increíble la cantidad de papel que había dentro del bastón! Una interminable serpiente que se desenrolló cada vez más y corrió más y más lejos por los surcos del campo, hasta que su extremo desapareció en la lejanía. Y, naturalmente, en el rollo estaba toda la serie de Bonatschi con sus números:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233

A partir de ahí, los números estaban tan lejos y eran tan pequeños que Robert ya no pudo leerlos.

-Bueno, ¿y qué? -preguntó Robert.

-Si sumas los cinco primeros y añades uno, te sale el séptimo. Si sumas los seis primeros y añades uno, te sale el octavo. Etcétera.

-Ya -dijo Robert. No parecía especialmente entusiasmado.

-Pero también funciona si te saltas siempre un número de Bonatschi, sólo tienes que tener siempre el primer uno -dijo el diablo de los números.

»Mira:

(y ahora te saltas uno)

(y vuelves a saltarte uno)

(y te saltas uno más)

$$\begin{array}{r}
 1 + 1 = 2 \\
 + 3 \\
 + 8 \\
 + 21
 \end{array}$$

sumas esos cuatro, ¿y qué te sale?

-Treinta y cuatro -dijo Robert.

-O sea el número de Bonatschi que sigue al 21. Si te resulta demasiado trabajoso, también se puede hacer saltando. Por ejemplo, coges el número de Bonatschi número cuatro y lo haces saltar. El cuarto es el 3, y ¿cuánto es  $3^2$ ?

-Nueve -dijo Robert.

-Luego coges el siguiente número de Bonatschi, es decir, el quinto, y lo haces saltar.

$-5^2 = 25$  -dijo Robert sin titubear.

-Bien, y ahora los sumas.

$$9 + 25 = 34$$

-Otro Bonatschi -exclamó Robert.

-Y además, como cuatro más cinco son nueve, el noveno -dijo el anciano frotándose las manos.

-Comprendo. Todo estupendo, pero dime para qué sirve.

-Oh -dijo el diablo de los números-, no te creas que las Matemáticas son sólo cosa de matemáticos. Tampoco la Naturaleza sale adelante sin números. Incluso los árboles y los moluscos saben contar.

-Tonterías -dijo Robert-. ¡Me quieres dar gato por liebre!

-También los gatos, supongo. Todos los anima-les. Por lo menos, se comportan como si tuvieran los números de Bonatschi en la cabeza. Es posible que hayan comprendido cómo funcionan.

-No me lo creo.

-O las liebres. Tomemos mejor las liebres, son más espabiladas que los moluscos. ¡En este campo de patatas tiene que haber liebres!

-Yo no veo ninguna -dijo Robert.

-Ahí hay dos.

De hecho, dos diminutas liebres blancas se acercaron dando brincos y se sentaron a los pies de Robert.

-Creo -dijo el anciano- que son un macho y una hembra. Así que tenemos una pareja. Como sabes, todo empieza con el uno.

-Quiere convencerme de que sabéis contar -dijo Robert a las liebres-. ¡Esto es demasiado! No le creo una sola palabra.

-Ah, Robert, qué sabrás tú de liebres -dijeron las dos liebres al unísono-. ¡No tienes ni idea! Probablemente te has creído que somos liebres de invierno.

-Liebres de invierno, claro -repuso Robert, que quería demostrarles que no era tan ignorante como parecía-. Solamente en invierno hay liebres de invierno.

-Justo. Nosotras sólo somos blancas mientras somos pequeñas. Pasa un mes hasta que llegamos a ser adultas. Luego nuestra piel se vuelve parda, y queremos tener

hijos. Hasta que vienen al mundo, chico y chica, pasa cosa de un mes más. ¡Toma nota de esto!

-¿Sólo vais a tener dos? -dijo Robert-. Yo siempre había pensado que las liebres tenían un montón de hijos.

-Naturalmente que tenemos un montón de hijos -dijeron las liebres-, pero no de un golpe. Ca-da mes dos, con eso basta. Y nuestros hijos harán exactamente lo mismo. Ya lo verás.

-No creo que nos quedemos tanto tiempo aquí. Para entonces me habré despertado hace mucho. Mañana temprano tengo que ir al colegio.

-No hay problema -intervino el diablo de los números-. En este campo de patatas el tiempo va mucho más rápido de lo que tú piensas. Un mes dura sólo cinco minutos. Y para que lo creas he traído un reloj de liebre. ¡Mira!

Y con estas palabras, sacó un reloj de bolsillo considerablemente grande. Tenía dos orejas de liebre, pero sólo una aguja.



-Además, no marca horas, sino meses. Cada vez que pasa un mes, suena el despertador. Cuando aprieto el botón de arriba empieza a correr. ¿Lo hago?

-Sí -gritaron las liebres.

-Bien.

El diablo de los números apretó, el reloj hizo tic-tac, y la aguja empezó a desplazarse. Cuando hubo llegado al uno, sonó el timbre. Había pasado un mes, las liebres se habían hecho mucho más grandes y su piel había cambiado de color... ya no eran blancas, se habían vuelto pardas.



Cuando la aguja llegó al dos, habían pasado dos meses, y la liebre trajo al mundo dos diminutas liebres blancas.

Ahora había allí dos parejas de liebres, las jóvenes y las viejas. Pero estas últimas aún no estaban satisfechas. Querían tener más hijos, y cuando la aguja llegó al tres volvió a sonar el timbre, y la liebre vieja trajo otras dos más al mundo.



Robert contó las parejas de liebres. Ahora eran tres: las mayores (pardas), las crías de la primera camada, que entre tanto también habían crecido (y se habían vuelto pardas), y las más jóvenes, con su piel blanca.



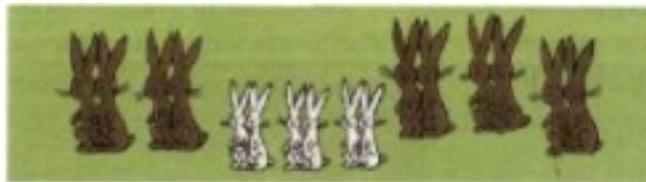
Entonces la aguja se movió hasta el cuatro, y ocurrió lo siguiente: la liebre mayor trajo al mundo la siguiente parejita, sus primeros hijos también; los segundos tampoco habían sido perezosos, así que ahora eran cinco parejas las que brincaban

por el sembrado: una pareja de padres, tres parejas de hijos y una pareja de nietos. Tres parejas eran pardas, y dos blancas.



-Yo en tu lugar -dijo el diablo de los números-ya no intentaría diferenciarlas. ¡Vas a tener bastante con contarlas!

Cuando el reloj hubo llegado al cinco, Robert ya se las arreglaba bastante bien. Ahora había ocho pares de liebres.



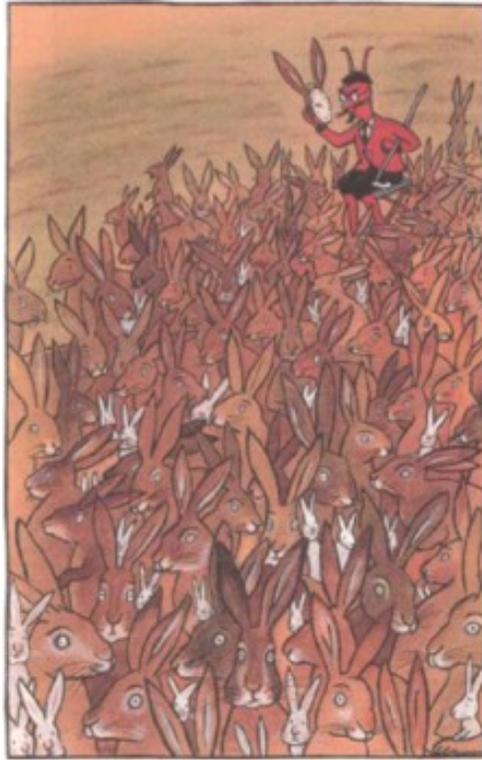
Cuando sonó por sexta vez, ya había trece... ¡Un barullo increíble, pensó Robert, adónde irá a parar todo esto!



Pero incluso la séptima vez averiguó la cifra: eran exactamente 21 parejas.



-¿Se te ocurre algo, Robert? -preguntó el diablo de los números.



*El reloj de liebre avanzaba implacable. « ¡Socorro!», gritó Robert, «esto nunca se acaba. Miles de liebres... ¡esto ya no tiene gracia, esto es una pesadilla!».*

-Naturalmente -respondió Robert-. Son números de Bonatschi:

*1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 ..*

Pero, mientras lo decía, habían venido al mundo montones de liebres blancas, que caracoleaban entre las muchas pardas y blancas que brincaban en el campo. No podía verlas y contarlas a todas. El reloj de liebre avanzaba implacable. Hacía mucho que la aguja había empezado su segunda vuelta.

-¡Socorro! -gritó Robert-. Esto no se acaba. ¡Miles de liebres! ¡Es espantoso!

-Para que veas cómo funciona la cosa, he traído un listado de liebres para ti. En él podrás ver lo que ha pasado entre las cero y las siete horas.

-Hace mucho que pasaron las siete -exclamó Robert-. Ahora ya deben de ser por lo menos más de mil.

-Son exactamente 4.181, y ahora mismo, es decir, dentro de cinco minutos, serán 6.765.

Reloj de la Tierra	Diablos	Elipses	Nubes	Montañas	Escalones	Fracturas de Benardete
	1					1
	1					1
	2	1				2
	3	2				3
	5	3	1			5
	8	5	2			8
	13	8	3	1		13
	21	13	5	2	1	21

-¿Quieres seguir así, hasta que la Tierra entera esté cubierta de liebres? -preguntó Robert.

-Oh, eso no llevaría mucho tiempo -dijo el anciano, sin mover un músculo-. Unas pocas vueltas más de la aguja y habrá ocurrido.

-¡Por favor, no! -pidió Robert-. ¡Es una pesadilla! ¿Sabes?, no tengo nada contra las liebres, me gustan incluso, pero lo que es excesivo es excesivo. Tienes que detenerlas.

-Encantado, Robert. Pero sólo si admites que las liebres se comportan como si se hubieran aprendido los números de Bonatschi.

-Sí, bien, por el amor de Dios, lo admito. Pero date prisa, o acabarán subiéndose a la cabeza.

El diablo de los números pulsó dos veces la corona del reloj de liebre, y éste empezó a funcionar hacia atrás. Cada vez que sonaba el timbre las liebres disminuían, y al cabo de unas pocas vueltas la aguja volvía a marcar cero. Había dos liebres en el vacío campo de patatas.

-¿Qué pasa con éstas? -preguntó el anciano-. ¿Quieres conservarlas?

-Mejor que no. De lo contrario, volverán a empezar desde el principio.

-Sí, eso es lo que pasa con la Naturaleza -dijo el anciano, columpiándose complacido en su silla plegable.

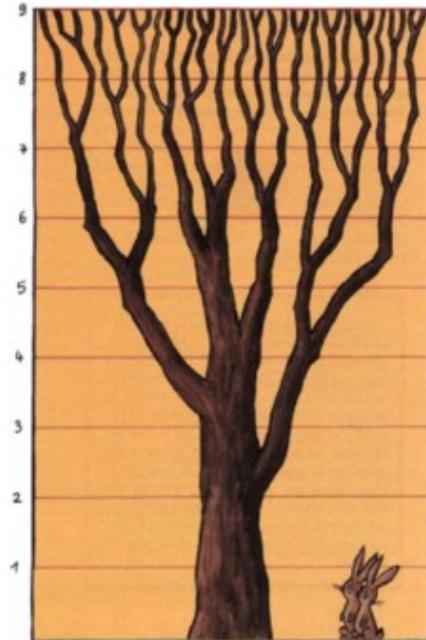
-Eso es lo que pasa con Bonatschi -replicó Robert-. Con tus números todo va siempre a parar al infinito. No sé si me gusta.

-Como has visto, a la inversa ocurre exacta-mente igual. Hemos vuelto a aterrizar donde empezamos, en el uno.

Y así, se separaron pacíficamente, sin preocuparse de qué ocurriría con la última pareja de liebres. El diablo de los números se fue con Bonatschi, su viejo conocido del paraíso de los números, y con los demás, que tramaban allí nuevas diabluras, y Robert siguió durmiendo, sin soñar, hasta que sonó el despertador. Se alegró de que fuera un despertador corriente, y no un reloj de liebre.



*El que aún no se crea que en la Naturaleza las cosas ocurren como si supiera contar, que mire atentamente el árbol que viene a continuación. Quizá a alguno de vosotros le resultó demasiado complicado el asunto de las liebres. Pero un árbol no brinca de acá para allá, se queda quieto, y por eso es más fácil contar sus ramas. Por favor, empieza por abajo, en la raya roja n.º 1; sólo pasa por el tronco, igual que la raya n.º 2. Un punto más alto, en la raya n.º 3, se añade una segunda rama. Y ahora, por favor, sigue contando. ¿Cuántas ramas hay arriba del todo, en la raya roja n.º 9?*





## Capítulo 7

### La séptima noche

-Estoy preocupada -dijo la madre de Robert-. No sé lo que le pasa a este chico. Antes siempre estaba en el patio o en el parque, jugando al fútbol con Albert, Charlie, Enzo y los otros. Ahora está todo el día metido en su cuarto. En vez de hacer sus deberes, ha extendido en la mesa un gran pliego de papel y pinta liebres.

-Calla -dijo Robert-. Me confundes. Tengo que concentrarme.

-Y se pasa el día murmurando números, números, números. Eso no es normal. Hablaba para sus adentros, como si Robert no estuviera en la habitación.

-Antes nunca se interesaba por los números. Al contrario, siempre se quejaba de su profesor por los deberes de matemáticas. Sal de una vez a tomar el aire -gritó por fin.

Robert levantó la cabeza de la hoja y dijo:

-Tienes razón. Si sigo contando liebres me dará dolor de cabeza.

Y Robert salió de casa. En el parque había una enorme pradera por la que no corría ni una sola liebre.

-Hola, Robert -gritó Albert al verle venir-. ¿Juegas?

También estaban Enzo, Gerardo, Iván y Karol. Estaban jugando al fútbol, pero a Robert no le apetecía. No tienen ni idea de cómo crecen los árboles, pensó.

Cuando volvió a casa, era bastante tarde. Nada más cenar, se fue a la cama. Precavido, se metió un grueso rotulador en el bolsillo del pijama.

-¿Desde cuándo te vas tan pronto a la cama? -se sorprendió su madre-. Antes siempre querías quedarte lo más posible.

Pero Robert sabía muy bien lo que quería, y sabía también por qué no le contaba nada a su madre. No le hubiera creído cuando le hubiera dicho que las liebres, los árboles e incluso los moluscos saben contar, y que era amigo de un diablo de los números.

Apenas se había dormido cuando el anciano apareció.

-Hoy voy a enseñarte algo estupendo -dijo.

-Lo que sea, menos liebres. He pasado todo el día rompiéndome la cabeza con ellas. Siempre con-fundo las blancas y las pardas.

-¡Olvídalo! Ven conmigo.

Llevó a Robert hasta una casa blanca en forma de cubos. También dentro todo estaba pintado de blanco, incluso la escalera y las puertas. Llegaron a una gran habitación desierta, blanca como la nieve.

-Aquí ni siquiera puede uno sentarse -se quejó Robert-. ¿Y qué clase de ladrillos son éstos?

Se acercó hasta el alto montón que había en la esquina y miró los ladrillos con más atención.

-Parece cristal o plástico -constató-. Grandes cubos. Dentro de ellos brilla algo. Tienen que ser filamentos eléctricos, o algo por el estilo.

-Electrónica -dijo el anciano-. Si quieres, construiremos una pirámide.

Cogió el primer par de cubos y los puso en fila en el blanco suelo.

-Ahora tú, Robert.

Siguieron construyendo hasta que la fila tuvo el siguiente aspecto:



-¡Alto! -gritó el diablo de los números-. ¿Cuán-tos cubos tenemos ahora? Robert contó.

-Diecisiete. Pero es una cifra coja -dijo.

-No tan coja como tú piensas. Sólo tienes que restarle uno.

-Dieciséis. Otra vez un número saltado. Un dos saltado cuatro veces: 24.

-Fíjate -dijo el anciano-. Te das cuenta de todo. Pero ahora sigamos construyendo. El siguiente ladrillo se pone siempre sobre la grieta entre los dos anteriores, exactamente igual a como hacen los al--añiles.

-O. K. -dijo Robert-. Pero esto nunca llegará a ser una pirámide. Las pirámides tienen tres o cuatro esquinas en la base, y esta cosa es plana. Esto no se convertirá en una pirámide, sino en un triángulo.

-Bien -dijo el diablo de los números-. Entonces construiremos un triángulo.

Y siguieron hasta que estuvo listo.



-¡Listo! -gritó Robert.

-¿Listo? Ahora es cuando empieza lo bueno. El diablo de los números trepó por un lado del triángulo y escribió un uno en el cubo más alto.

-Como siempre -murmuró Robert-: ¡tú y tus unos!

-¡Claro! -respondió el anciano-. Todo empieza en el uno. Ya lo sabes.

-Pero ¿cómo sigue?

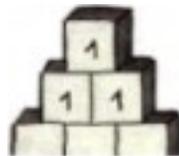


*«Parece cristal o plástico», constató Robert. «Grandes cubos. Dentro brilla algo. Tienen que ser filamentos eléctricos o algo por el estilo.»*

-Enseguida lo verás. En cada uno de los otros cubos escribiremos lo que resulte de sumar lo que hay encima.

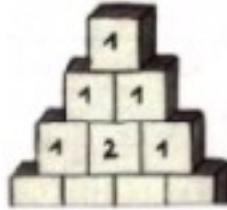
-Una obra de arte -dijo Robert.

Sacó del bolsillo su grueso rotulador y escribió:



-Nada más que unos -dijo-. Hasta yo soy ca-paz de hacerlo incluso sin calculadora.

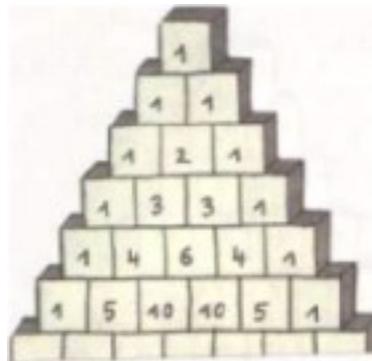
-Enseguida serán más. Sigue -gritó el diablo de los números, y Robert escribió:



-Un juego de niños -dijo.

-No seas tan arrogante, querido. Espera a ver cómo sigue.

Robert calculó y escribió:



-Ya veo, las cifras al borde son unos, no importa lo abajo que lleguemos. Y las de al lado en diagonal también puedo escribirlas enseguida, son sencillamente los números normales: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...

-¿Y qué pasa con la siguiente diagonal, la que está justo al lado de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...? Lee las primeras cuatro cifras -el diablo de los números había vuelto a poner su sonrisa astuta, y Robert leyó de arriba a la derecha abajo a la izquierda:

-1, 3, 6, 10... Me suenan familiares.

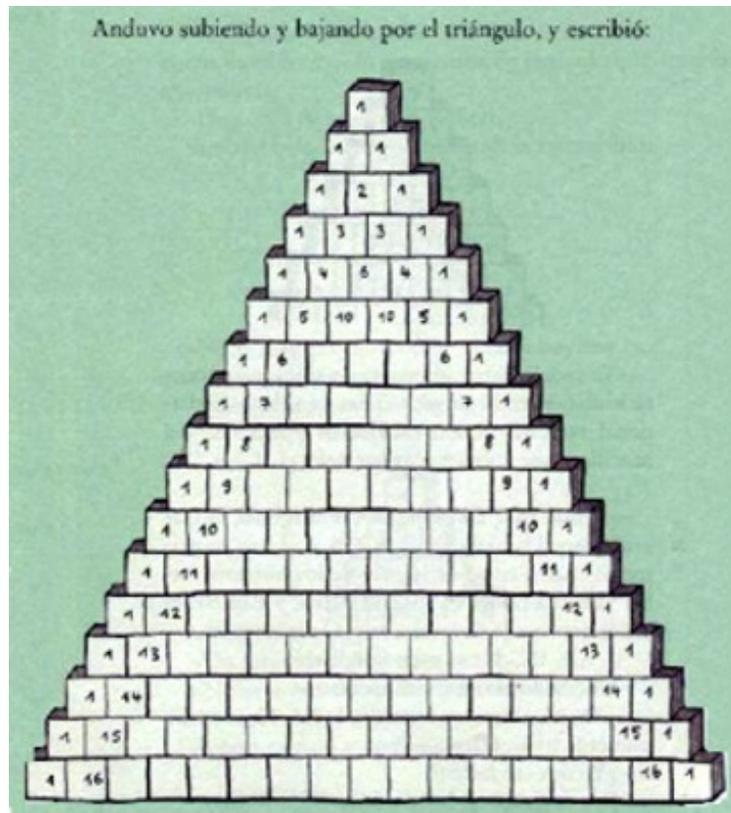
-Cocos, cocos -gritó el anciano.

-¡Ah, sí!, ahora me acuerdo. 1, 3, 6, 10... son los números triangulares.

-¿Y cómo se hacen?

-Por desgracia lo he olvidado -dijo Robert.

-Muy sencillo:



$$1+2=3$$

$$3+3=6$$

$$6+4=10$$

$$10+5=15$$

-...15 + 6 = 21 -prosiguió Robert.

-¡Ahí lo tienes!

De esa forma, Robert escribió cada vez más números en los cubos. Por una parte, la cosa era ca-da vez más fácil, porque ya no tenía que estirarse tanto, pero, por otra, las malditas cifras se volvían cada vez más elevadas.

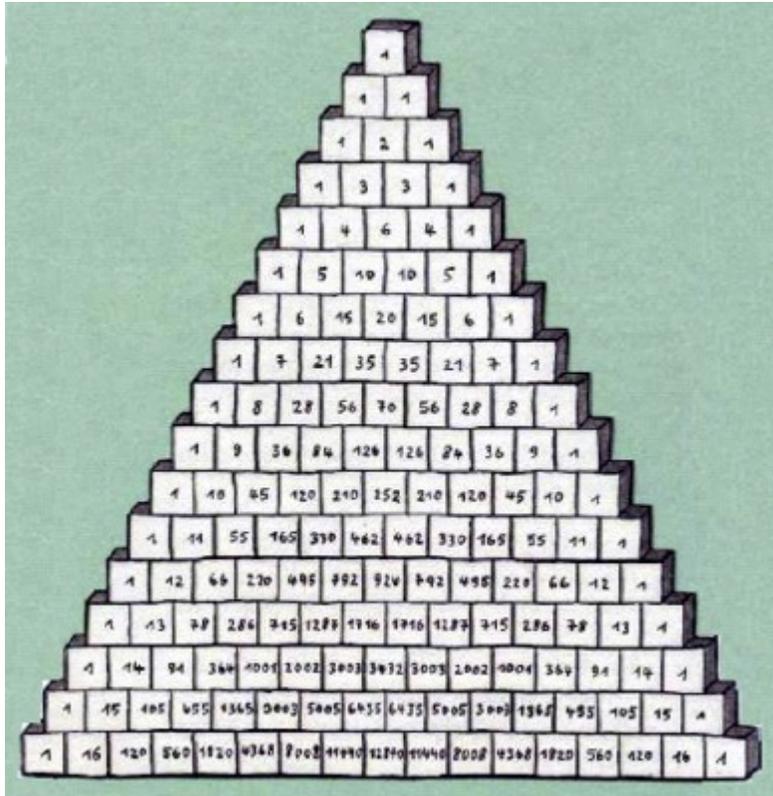
-¡Ehhh! -dijo-. No puedes pedirme que calcule todo eso de cabeza.

-Como tú digas -contestó el anciano-. Pero no te excites. ¡Que todo esto se vaya al diablo si no lo hago en un abrir y cerrar de ojos!

Y, a un ritmo de locos, escribió el triángulo entero.

-Ahí abajo se vuelve un rato estrecho -dijo Robert-. ¡12870! ¡Qué auténtico!

-Oh, eso son pequeñeces. Hay aún mucho más en este triángulo.



*¡Así es! Quizá creáis que esto sólo sirve para romperse la cabeza. ¡Falso! Lo contrario es lo que es cierto. Es cosa de gente vaga, a la que no le gusta hacer muchas cuentas. Si, por ejemplo, queréis saber qué sale al sumar los doce primeros números triangulares, sólo tenéis que coger la tercera fila en diagonal a la derecha hacia abajo, la que empieza con 1, 3, 6, 10. Seguid con el dedo hasta el cubo número doce de esta fila. Luego buscad el número que está justo debajo a la izquierda. ¿Cuál es?*

*De este modo os habréis ahorrado calcular cuántos son  $1+3+6+10+15+21+28+36+45+55+66+78$ .*

»¿Sabes lo que hemos construido? -preguntó el diablo de los números-. ¡Esto no es un simple triángulo, es un monitor! Una pantalla. ¿Por qué crees que todos los

cubos tienen vida electrónica interior? Sólo tengo que conectar esta cosa y se iluminan.

Dio unas palmadas y la habitación se oscureció. Luego dio otra más, y el cubo de arriba del todo se iluminó en rojo.

-Otra vez el uno -dijo Robert.

Cuando el anciano volvió a dar palmas, la primera línea se apagó y la segunda brilló como un semáforo que pasa a rojo.

-Quizá puedas sumarla -dijo.

- $1 + 1 = 2$  -murmuró Robert-. ¡No es que sea precisamente sensacional!

El diablo de los números dio otra palmada, y la tercera línea se volvió roja.

- $1 + 2 + 1 = 4$  -exclamó Robert-. No hace falta que sigas dando palmadas. Ya lo he entendido. Se trata de nuestros viejos conocidos, los doses saltarines. La siguiente línea sale  $2 \times 2 \times 2$  o 23, igual a 8. Etcétera: 16, 32, 64. Hasta que el triángulo termina por abajo.

-La última línea -dijo el anciano- da 216, y eso es bastante: 65.536, por si quieres saberlo con exactitud.

-¡Mejor que no!

-Está bien -el diablo de los números batió palmas, y volvió a hacerse la oscuridad.

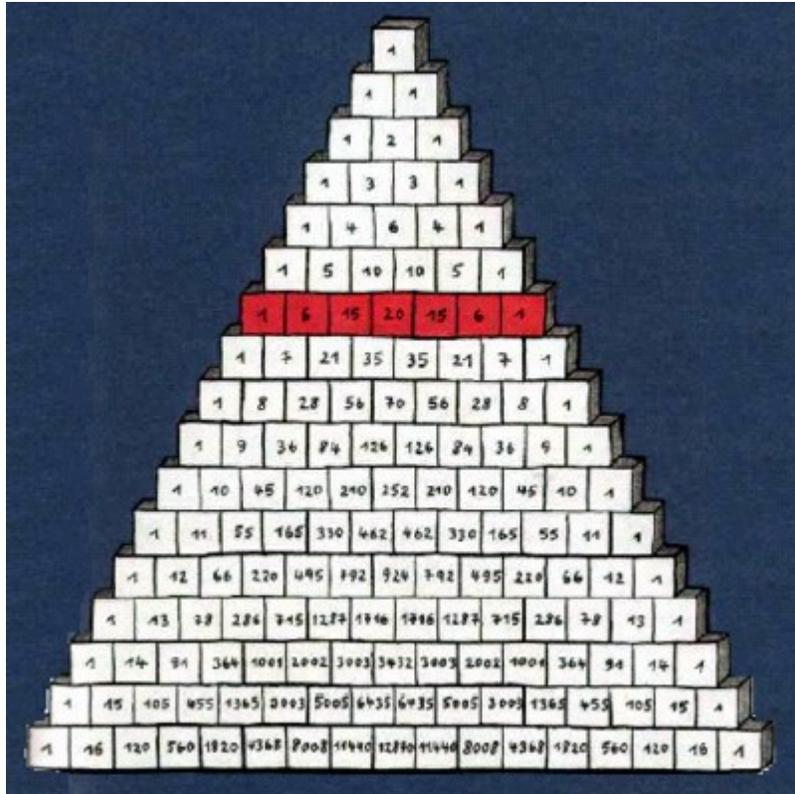
-¿Quieres volver a ver a unos cuantos viejos conocidos? -preguntó.

-Depende.

El anciano dio tres palmadas, y los cubos volvieron a iluminarse: algunos en amarillo, otros en azul, los siguientes en verde o rojo.

-Parece carnaval -dijo Robert.

-¿Ves las escalerillas del mismo color que van de arriba a la derecha hasta abajo a la izquierda?



Vamos a sumar todo lo que hay en una de ellas, y veremos qué sale. ¡Empieza con la roja, arriba del todo!

-Sólo tiene un escalón -dijo Robert-. Uno, como siempre.

-Luego, la amarilla de debajo.

-Tampoco tiene más que uno: uno.

-La próxima es una azul. Dos cubos.

- $1 + 1 = 2$ .

-Luego la verde, justo debajo. Dos cubos ver-des.

- $2 + 1 = 3$ .

Ahora Robert sabía cómo seguir:

-Otra vez rojo:  $1 + 3 + 1 = 5$ . Y amarillo:  $3 + 4 + 1 = 8$ . Azul:  $1 + 6 + 5 + 1 = 13$ .

-¿Qué podría significar: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...?

-¡Bonatschi, naturalmente! Los números de las liebres.

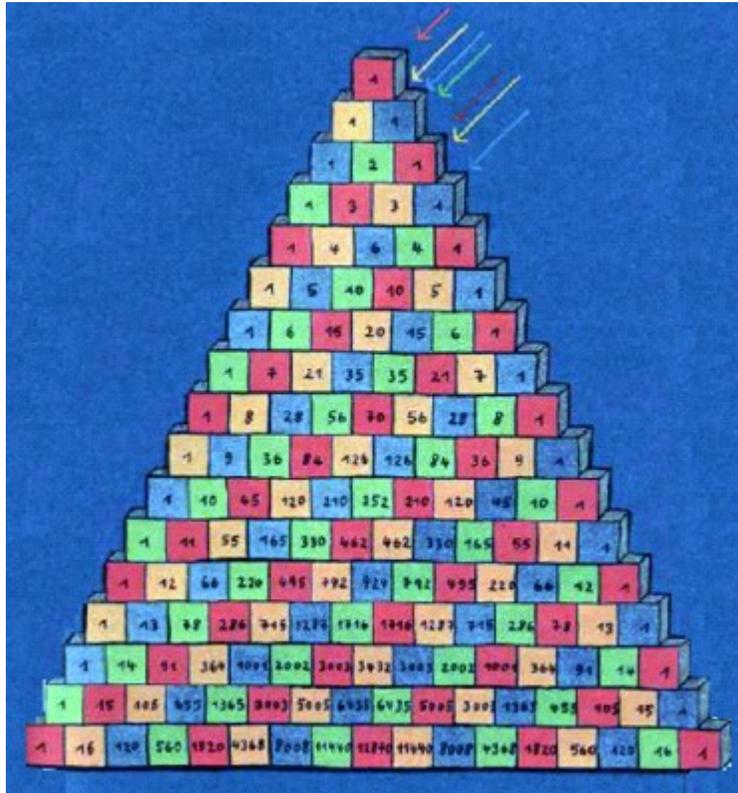
-Ya ves que todo está en nuestro triángulo. Podríamos seguir durante días, pero creo que tienes suficiente por hoy.

-Puedes decirlo bien fuerte -admitió Robert.

-Está bien, basta de cálculos.

El diablo de los números batió palmas, y los cubos de colores se apagaron.

-Pero nuestro monitor aún es capaz de hacer muchas más cosas. Si vuelvo a batir palmas, ¿sabes lo que ocurrirá? Se iluminarán los números pares en todo el triángulo, y los impares seguirán oscuros. ¿Quieres que lo haga?



-Por mí...

Lo que Robert vio entonces fue una auténtica sorpresa.

-¡Es una locura! Un dibujo. Triángulos dentro del triángulo, sólo que cabeza abajo.

Robert estaba fuera de sí.

-Mayores y menores -dijo el diablo de los números-. Sin duda el pequeño parece un cubo, pero en realidad es un triángulo. El mediano consta de 6 cubos, y el grande de 28. Naturalmente, son números triangulares.

»Así que ahora sólo brillan en amarillo los números pares. ¿Qué crees que pasará si encendemos todos los números de nuestro monitor que se puedan dividir entre tres,

cuatro o cinco? Sólo tengo que dar una palmada y lo verás. ¿Con qué divisor lo intentamos, con el cinco?

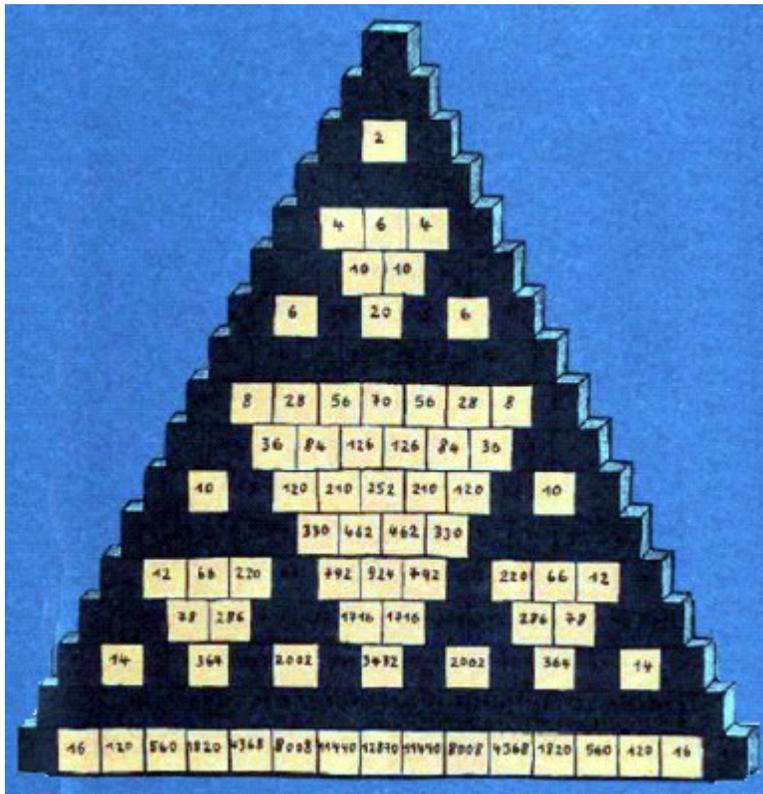
-Sí -dijo Robert-. Todos los que se puedan dividir entre cinco.

El anciano dio una palmada, las cifras amarillas se apagaron y las verdes se encendieron.



-Es increíble -dijo Robert-. Otra vez triángulos, pero ahora son otros. ¡La más pura brujería!

-Sí, querido, a veces yo mismo me pregunto dónde terminan las Matemáticas y dónde empieza la brujería.



-Fantástico. ¿Has inventado tú todo esto?

-No.

-¿Quién ha sido entonces?

-¡Sabe el Diablo! El gran triángulo de números es una cosa antiquísima, mucho más vieja que yo.

-Pues a mí me parece bastante viejo.

-¿Yo? Permite que te diga que soy uno de los más jóvenes del paraíso de los números. Nuestro triángulo tiene por lo menos dos mil años. Creo que la idea se le ocurrió a algún chino. Pero hoy aún seguimos dándole vueltas, y seguimos hallando nuevos trucos que se pueden hacer con él.

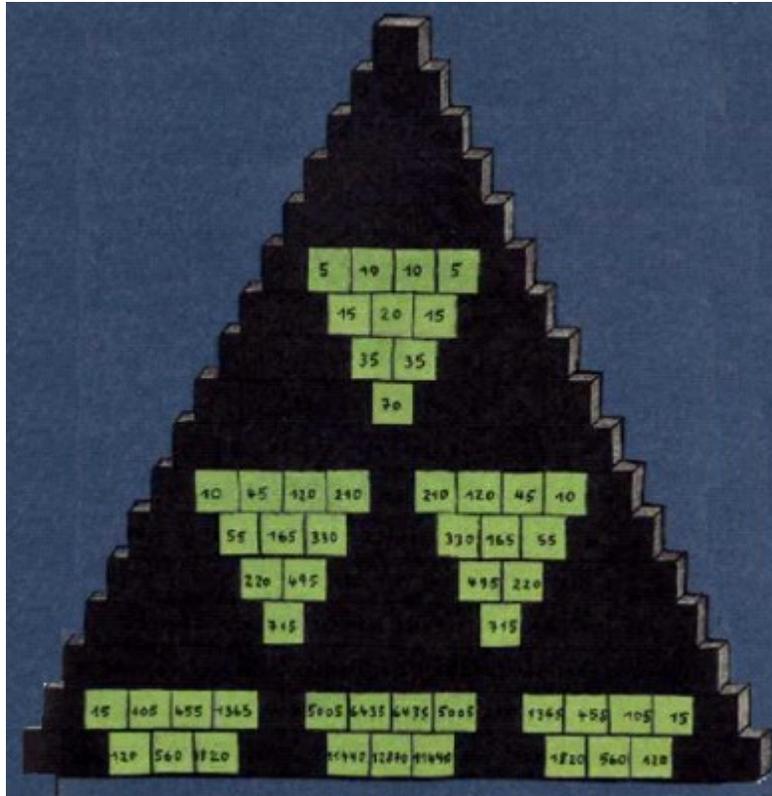
Si seguís así, pensó Robert para sus adentros, es posible que no acabéis nunca. Pero no lo dijo.

Sin embargo, el diablo de los números le había entendido.

-Sí, las Matemáticas son una historia interminable -dijo-. Hurgas y hurgas y siempre encuentras cosas nuevas.

-¿No podéis dejar de hacerlo nunca? -preguntó Robert.

-Yo no, pero tú sí -susurró el diablo de los números, y cuando lo dijo los cubos verdes se hicieron cada vez más pálidos y él mismo se volvió cada vez más delgado, hasta que se quedó igual que un fideo y con cara de pito. La habitación estaba oscura como boca de lobo, y pronto Robert lo hubo olvidado todo, los cubos de colores, los triángulos, los números de Bonatschi e incluso a su amigo, el diablo de los números.



Durmió y durmió, y cuando despertó a la mañana siguiente su madre le preguntó:

-Estás muy pálido, Robert. ¿Has tenido pesadillas?

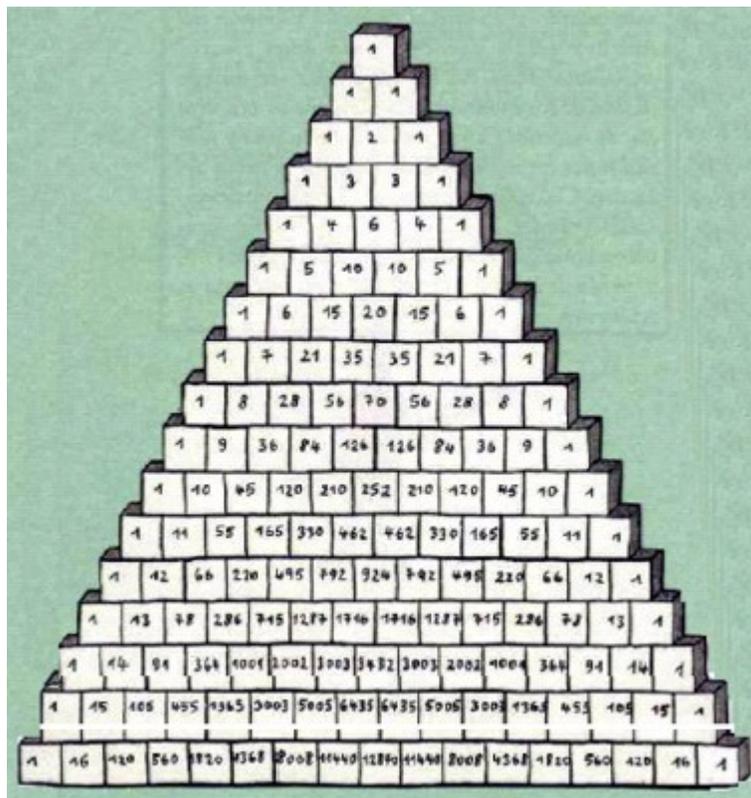
-Nooo -dijo Robert-. ¿Por qué?

-Estoy preocupada.

-Pero, mamá -respondió Robert-, ya sabes lo que dicen: No hay que mentar al Diablo.



*¿Alguno de vosotros quiere saber qué dibujo sale cuando se iluminan todos los números del monitor que se pueden dividir entre cuatro?  
 ¡Adelante! Para eso no hace falta ser ningún diablo de los números. ¡Cualquiera de vosotros puede hacerlo! Coged un lápiz de colores y pintad todos los números que salen en la tabla del cuatro. Cuando los números os resulten demasiado grandes, utilizad una calculadora. Simplemente coged el número, pulsad los signos : 4, y veréis si sale. En la página siguiente está el triángulo.*





## Capítulo 8

### La octava noche

Robert estaba delante del todo, en la pizarra. En el primer banco se sentaban sus dos mejores amigos de clase: Albert, el futbolista, y Bettina, la de las trenzas. Como siempre, los dos estaban discutiendo. Esto es lo que me faltaba, pensó Robert. ¡Ahora sueño con el colegio!

Entonces se abrió la puerta, pero no fue el señor Bockel quien entró... fue el diablo de los números.

-Buenos días -dijo-. Según veo, ya estáis discutiendo otra vez. ¿De qué se trata?

-¡Bettina se ha sentado en mi sitio! -gritó Albert.

-Entonces simplemente cámbialo con ella.

-Pero es que no quiere -dijo Albert.

-Escríbelo en la pizarra, Robert -pidió el anciano.

-¿El qué?

-Escribe A para Albert y B para Bettina. Albert se sienta a la izquierda y Bettina a la derecha. Robert no veía por qué tenía que escribir eso, pero pensó: Si le gusta, por mí que no quede.

-Bueno, Bettina -dijo el diablo de los números-, ahora siéntate tú a la izquierda y Albert a la derecha.

¡Es curioso! Bettina no protestó. Se levantó como una niña buena e intercambió su sitio con Albert.



escribió Robert en la pizarra.

En ese momento se abrió la puerta y entró Charlie, con retraso, como siempre. Se sentó a la izquierda de Bettina.



escribió Robert.

Pero eso no le gustó a Bettina.

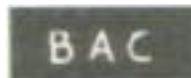
-¡Si hemos dicho a la izquierda -dijo-, que sea del todo a la izquierda!

-Está bien -bramó Charlie-. ¡Como quieras! Y ambos intercambiaron sus asientos:



Albert no se quedó conforme con eso.

-Pero yo prefiero sentarme con Bettina -gritó. Charlie fue tan bondadoso que se levantó sin más y le dejó su sitio a Albert.



Si esto sigue así, se dijo Robert, podemos olvidarnos de esta clase de Matemáticas. Pero siguió así, porque ahora era Albert el que quería sentarse del todo a la izquierda.

-Pero entonces tenemos que levantarnos todos

-dijo Bettina-. No veo por qué, pero si no hay más remedio... ¡Ven, Charlie!

Y cuando volvieron a sentarse la cosa estaba así:



A B C

Naturalmente, no duró mucho.

-No aguanto un minuto más al lado de Charlie

-afirmó Bettina. Realmente rompía los nervios. Pero, como no paraba, los otros chicos tuvieron que ceder. Robert escribió:



C A B

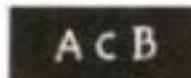
-Y ahora basta -dijo.

-¿Tú crees? -preguntó el diablo de los números-. Esos tres aún no han ensayado todas las posibilidades. ¿Qué os parecería sentaros Albert a la izquierda, Charlie en el centro y Bettina a la derecha?

-¡Jamás! -gritó Bettina.

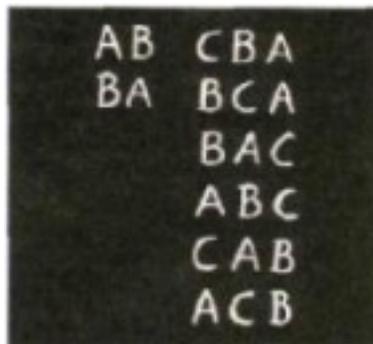
-No te pongas así, Bettina -dijo el anciano.

A regañadientes, los tres se levantaron y se sentaron así:



A C B

-¿Te das cuenta, Robert? ¡Eh, Robert, te estoy hablando! Seguro que a estos tres no se les ocurre. Robert alzó la vista hacia la pizarra:



AB CBA  
BA BCA  
BAC  
ABC  
CAB  
ACB

-Creo que hemos probado todas las posibilidades -dijo.

-Eso creo yo también -dijo el diablo de los números-, Pero no puede ser que en vuestra clase sólo seáis cuatro. Me temo que aún faltan unos cuantos.

Apenas lo había dicho cuando Doris abrió la puerta. Estaba sin aliento.

-¿Qué ocurre aquí? ¿No está el señor Bockel? ¿Quién es usted? -preguntó al diablo de los números.

-Sólo estoy aquí de manera excepcional -dijo el anciano-. Vuestro señor Bockel se ha tomado el día libre. Ha dicho que ya no podía más. Que vuestra clase es demasiado movida para él.

-Ya lo puede decir -replicó Doris-: están todos cambiados de sitio. ¿Desde cuándo es ése tu sitio, Charlie? ¡Ahí me siento yo!

-Entonces propón un orden para sentarse, Doris -dijo el diablo de los números.

-Yo seguiría simplemente el orden alfabético -dijo ella-. A de Albert, B de Bettina, C de Charlie, etc. Eso sería lo más sencillo.

-Como quieras. Intentémoslo.

Robert anotó en la pizarra:

A blackboard with the letters ABCD written on it in white chalk.

Pero los demás no estaban en absoluto de acuerdo con el orden propuesto por Doris. En la clase andaba suelto el Diablo. Bettina era la peor. Mordía y arañaba cuando alguien no quería ceder su sitio. Todo el mundo empujaba y se daba codazos. Pero, con el tiempo, ese loco juego empezó a gustarles a los cuatro. El cambio se producía cada vez más deprisa, de tal modo que Robert no daba abasto en sus anotaciones. Por fin, la banda de los cuatro hubo ensayado todos los órdenes posibles y en la pizarra ponía:

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

Menos mal que hoy no han venido todos, pensó Robert, de lo contrario no acabaríamos nunca.

Entonces se abrió la puerta y Enzo, Felicitas, Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol se precipitaron a entrar.

-¡No! -gritó Robert-. ¡Por favor, no! ¡No os sentéis! Voy a volverme loco.

-Está bien -dijo el diablo de los números-, lo dejaremos aquí. Podéis iros a casa. No habrá clase en las próximas horas.

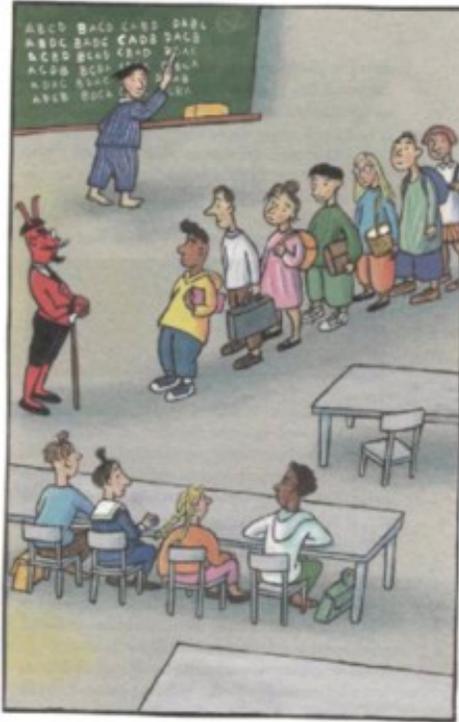
-¿Y yo? -preguntó Robert.

-Tú puedes quedarte un ratito más.

Los otros habían salido corriendo al patio. Robert miraba lo que ponía en la pizarra.

-Bien, ¿qué opinas? -preguntó el diablo de los números.

-No sé. Sólo hay una cosa clara: que son cada vez más. Cada vez más posibilidades de sentarse. Mientras sólo había dos alumnos la cosa aún funcionaba. Dos alumnos, dos posibilidades. Tres alumnos, seis posibilidades. Con cuatro ya son... un momento...: veinticuatro.



«No. ¡No, por favor! ¡No os sentéis o me volveré loco!», gritó Robert. «Bien, dejémoslo. Podéis iros a casa», dijo el diablo de los números.

-¿Y si sólo hubiera uno?

-¡Qué tontería! Entonces, naturalmente, sólo habría una posibilidad.

-Prueba a multiplicar -dijo el anciano.

Algunas Posibilidades

1	1
2	$1 \times 2 = 2$
3	$1 \times 2 \times 3 = 6$
4	$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

-Ajá -exclamó Robert-. Qué interesante.

-Si cada vez son más los que participan en el juego, se vuelve aburrido apuntarlos así. También se puede hacer más corto. Se escribe el número de participantes y un signo de exclamación detrás:

$$4! = 24$$

»Se pronuncia así: ¡cuatro pum!

-Si no hubiéramos mandado a casa a Enzo, Felicitas, Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol, ¿qué crees que hubiera ocurrido?

-Una gigantesca confusión -dijo el diablo de los números-. Hubieran estado probando hasta 154

hartarse todas las posiciones posibles, y puedo asegurarte que hubiera sido algo endemoniada-mente largo. Contando a Albert, Bettina y Charlie hubieran sido once personas, y eso significa ¡once pum! posibilidades de sentarse. ¿Tienes idea de cuántas posibilidades serían?

-Nadie podría calcular eso de cabeza. Pero en el colegio siempre tengo mi calculadora a mano. En secreto, claro, porque el señor Bockel no puede soportar que se trabaje con ella.

Y Robert empezó a teclear:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11$$

-¡Once pum! -dijo- son exactamente 39.916.800. ¡Casi cuarenta millones!

-Ya ves, Robert, si hubiéramos tratado de hacerlo aún estaríamos aquí dentro de ochenta años. Hace mucho que tus compañeros de clase necesitarían una silla de ruedas, y tendríamos que con-tratar a once enfermeras para llevarlos de acá para allá. Pero con un poquito de Matemáticas la cosa va más rápido. Se me ocurre una cosa más. Mira por la ventana a ver si tus compañeros de clase aún están ahí.

-Creo que se habrán comprado rápidamente un helado, y ahora irán camino de casa.

-Supongo que se darán la mano al despedirse.

-Ni hablar. Como mucho dirán Adiós o Hasta luego.

-Lástima -dijo el diablo de los números-. Me gustaría saber qué ocurre si todo el mundo da la mano a todo el mundo.

-¡Para ya! Seguro que eso duraría eternamente. Es probable que haya un número gigantesco de apretones. ¡Puede que once pum! si es que son once personas.

-¡Error! -dijo el anciano.

Si son dos, reflexionó Robert, sólo se necesita un apretón de manos. Con tres...

-Mejor escríbelo en la pizarra.

Robert escribió:

Personas: Apretones de manos:

A	—
AB	AB
ABC	AB AC BC
ABCD	AB AC AD BC BD CD

-Entonces, con dos es uno, con tres son tres, y con cuatro son ya seis apretones de manos.

-1, 3, 6... ¿no conocíamos eso?

Robert no conseguía acordarse. Entonces, el diablo de los números pintó unos cuantos puntos gruesos en la pizarra:



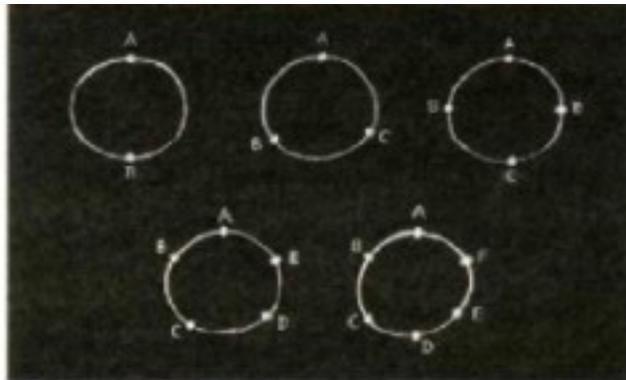
-¡Los cocos! -gritó Robert-. ¡Números triangulares!

-¿Y cómo siguen?

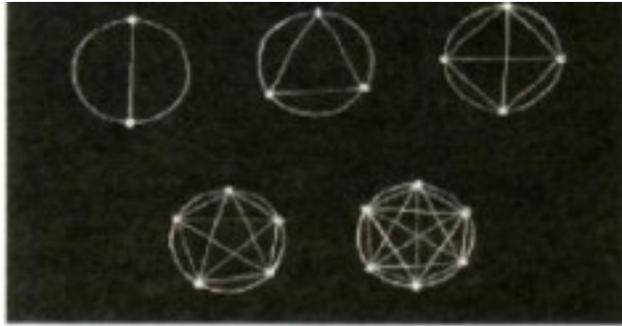
-Ya lo sabes:

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 = 3 \\
 3 + 3 = 6 \\
 6 + 4 = 10 \\
 10 + 5 = 15 \\
 15 + 6 = 21 \\
 21 + 7 = 28 \\
 28 + 8 = 36 \\
 36 + 9 = 45 \\
 45 + 10 =
 \end{array}$$

- Son exactamente 55 apretones de manos.
- Eso aún se puede calcular -dijo Robert.
- Si no quieres pasar tanto tiempo calculando, también puedes hacerlo de otra forma. Dibujas unos círculos en la pizarra, así:



- »Luego, pones una letra más en cada nuevo círculo: A para Albert, B para Bettina, C para Charlie, etcétera.
- »Luego unes las letras con líneas:



»No tiene mal aspecto, ¿verdad? Cada raya significa un apretón de manos. Puedes contarlas. -1, 3, 6, 15... Como antes -dijo Robert-. Sólo hay una cosa que no entiendo: ¿puedes explicar-me por qué contigo siempre cuadra todo?

Eso es precisamente lo demoníaco de las Matemáticas. Todo cuadra. Bueno, digamos mejor que casi todo. Porque ya sabes que los números de primera tienen sus pegas. Y también en lo demás hay que poner una atención enorme, porque de lo contrario es fácil caerse con todo el equipo. Pero, en líneas generales, en las Matemáticas la cosa discurre con bastante orden. Eso es lo que cierta gen-te odia de ellas. Pero yo no puedo soportar a los desordenados y a los chapuceros, y a ellos les pasa al revés, no soportan los números. A propósito, mira por la ventana: ¡el patio de vuestro colegio es una auténtica pocilga!

Robert tuvo que admitirlo, porque en el patio había latas de coca-cola vacías, tebeos rotos y envoltorios de bocadillo por todas partes.

-Si tres de vosotros cogierais una escoba, dentro de media hora vuestro patio tendría mucho mejor aspecto.

-¿Y quiénes serían esos tres? -preguntó Robert.

-Albert, Bettina y Charlie, por ejemplo. O Doris, Enzo y Felicitas. Además, también tenemos a Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol.

-Pero tú dices que sólo se necesitan tres.

-Sí -objetó el diablo de los números-, pero ¿qué tres?

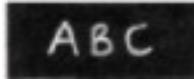
-Se les puede combinar a voluntad -dijo Robert.

-Sin duda. Pero ¿y si no estuvieran todos? ¿Si sólo tuviéramos a tres: Albert, Bettina y Charlie?

-Entonces tendrían que hacerlo ellos.

-¡Bien, escríbelo!

Robert escribió:



-Y si entonces llega Doris, ¿qué hacemos? Vuelve a haber varias posibilidades.

Robert reflexionó. Luego escribió en la pizarra:



-Cuatro posibilidades -dijo.

-Pero casualmente Enzo pasa por allí. ¿Por qué no va a echar una mano? Ahora tenemos cinco candidatos. Prueba.

Pero Robert no quiso.

-Mejor dime qué va a salir -dijo desmoraliza-do.

-Está bien. Con tres personas sólo podemos formar un grupo de tres. Con cuatro personas ya hay cuatro grupos distintos, y con cinco hay diez. Te lo escribiré:

Personas	Grupos						
3	ABC						
4	ABC	ABD	ACD		BCD		
5	ABC	ABD	ABE	ACD	ACE	ADE	BCD BCE BDE

»Hay otra cosa rara en esta lista. La he ordena-do conforme al alfabeto, como ves. ¿Y cuántos grupos empiezan por Albert? Diez. ¿Cuántos por Bettina? Cuatro. Y por Charlie no empieza más que uno. En este juego aparecen una y otra vez las mismas cifras:

1, 4, 10...

»¿Adivinas cómo sigue? Quiero decir, si ahora añadimos unos cuantos más, digamos que Felicitas, Gerardo, Heidi, etc. ¿Cuántos grupos de tres saldrían?

-Ni idea -dijo Robert.

-¿Te acuerdas todavía de cómo discurremos el asunto de los apretones de manos, cuando todo el mundo se despedía de todo el mundo?

-Eso fue muy fácil, con ayuda de los números triangulares:

1, 3, 6, 10, 15, 21...

»Pero no sirve para nuestras cuadrillas de limpieza, que trabajan de tres en tres.

-No. Pero ¿qué pasa si sumas los dos primeros números triangulares?

-Sale cuatro.

-¿Y si añades el siguiente?

-Diez.

-¿Y otro más?

- $10 + 10 = 20$ .

-Ahí lo tienes.

-¿Y tengo que seguir calculando hasta llegar al decimoprimeros? Esa no es tu forma de hacer las cosas. -No te preocupes. También se puede hacer sin calcular, sin probar, sin ABCDEFGHIJK.

-¿Cómo?

-Con nuestro viejo triángulo numérico -dijo el anciano.

-¿Vas a pintarlo en la pizarra?

-No. No estoy pensando semejante cosa. Me resultaría demasiado aburrido. Pero tengo mi bastón a mano.

Tocó la pizarra con su vara, y ahí estaba el triángulo, en todo su esplendor y a cuatro colores.

-Más cómodo imposible -dijo el viejo diablo de los números-. Al estrechar las manos, simplemente cuentas los cubos verdes de arriba abajo: con dos personas un apretón de manos, con tres personas tres, con once personas 55.

»Para nuestra cuadrilla de limpieza necesitas los cubos rojos. Vuelves a contar de arriba abajo. Empiezas con tres personas, con ellas no hay más que una posibilidad. Si puedes elegir cuatro personas dispones de cuatro combinaciones, con cinco personas ya son diez. ¿Y qué pasa cuando están los once alumnos?

-Entonces son 165 -respondió Robert-. Es realmente sencillo. Este triángulo numérico es casi tan bueno como una calculadora. Pero ¿para qué sirven los cubos amarillos ?

-Oh -dijo el anciano-, ya sabes que yo no me doy fácilmente por satisfecho. Nosotros, los diablos de los números, siempre lo llevamos todo hasta el extremo. ¿Qué harás si las tres personas que tienes no son suficientes para el trabajo? Tendrás que coger cuatro. Y la fila amarilla te dirá cuántas posibilidades hay, por ejemplo, para elegir un cuarteto a partir de ocho personas.

-Setenta -dijo Robert, porque había entendido muy bien lo fácil que era sacar la respuesta del triángulo.

-Exacto -dijo el diablo de los números-. Por no hablar de los cubos azules.

-Probablemente sean los grupos de ocho. Si sólo dispongo de ocho personas, no tengo que pensar mucho. Sólo hay una posibilidad. Pero con diez candidatos ya puedo formar 45 grupos distintos. Etcétera, etcétera.

-Veo que lo has comprendido.

-Ahora sólo quisiera saber qué aspecto tiene el patio -dijo Robert.

Miró por la ventana, y he aquí que el patio estaba impecable como nunca.

-Sólo me pregunto qué tres llevarán ahora la escoba.

-En cualquier caso no eres uno de ellos, mi querido Robert -dijo el diablo de los números.

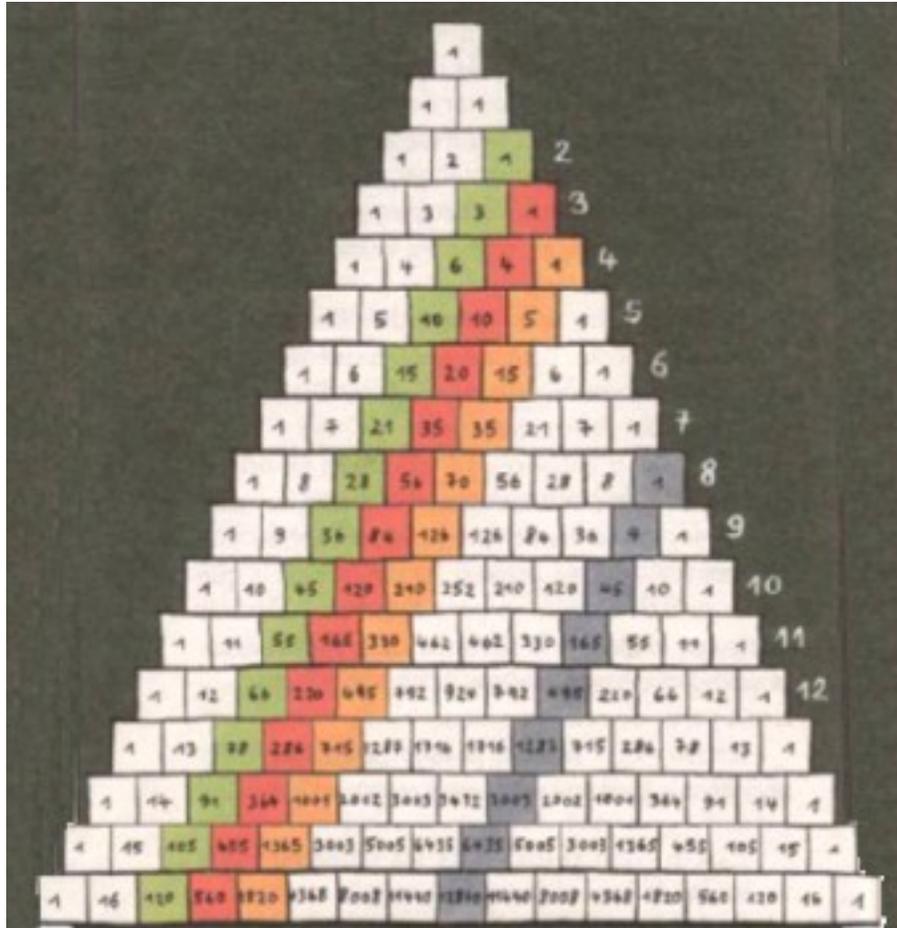
-¡Cómo voy a barrer el patio del colegio si tengo que pasarme toda la noche peleando con números y cubos!

-Admite -dijo el anciano- que te has divertido haciéndolo.

-¿Y ahora? ¿Volverás pronto?

-Antes me tomaré unas vacaciones -dijo el diablo de los números-. Entre tanto, puedes entretenerte con el señor Bockel.

Eso era algo que a Robert le apetecía bastante poco, pero ¿qué remedio le quedaba? A la mañana siguiente tenía que volver al colegio. Cuando llegó al aula, Albert, Bettina y los otros estaban ya sentados en sus sitios. Nadie estaba deseando cambiar su sitio con los otros.



-Ahí viene nuestro genio de las Matemáticas -exclamó Charlie.

-El bueno de Robert estudia incluso en sueños -le pinchó Bettina.

-¿Creéis que le va a servir de algo? -preguntó Doris.

-Yo creo que no -gritó Karol-. De todos modos el señor Bockel no le soporta.

-Y viceversa -repuso Robert-. ¡Por mí que no vuelva!

Antes de que llegara el señor Bockel, Robert echó una rápida mirada por la ventana.

Como siempre, pensó al ver el patio. ¡Un verdadero montón de basura! Uno no puede fiarse de las cosas que sueña. Solamente de los números. En ellos sí se puede confiar.

Luego entró el inevitable señor Bockel, con su maletín lleno de trenzas.

