Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012

Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

PLAN DE APOYO

AREA/ASIGNATURA: MATEMÁTICAS/**ESTADÍSTICA**	**FECHA:** ABRIL DE 2026
PERIODO: 1	**GRADO:** NOVENO (11°)
NOMBRE DEL DOCENTE: Luis Alfonso Vásquez Pulgarín	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: 11 al 15 de mayo	**FECHA DE SUSTENTACION:** 11 al 15 de mayo

LOGROS:

Comunicación: Al interpretar situaciones a partir de los términos algebraicos, los productos-cocientes notables y la factorización donde es fundamental saber que procesos y operaciones realiza y las saben explicar a los demás.

Resolución de problemas: Al resolver problemas que involucren los conceptos algebraicos, aplicando las propiedades y operaciones pertinentes a situaciones del entorno.

Razonamiento lógico: Al realizar inferencias obtenidas de la interpretación de ejercicios y problemas concretos.

Recursos: Guía impresa, cuaderno y lápiz, recursos interactivos de profundización de los conceptos.

Dirección: calle 49 # 96 A - 11 Teléfonos: 446 11 00 – 446 90 10 E-mail: rectoriaie@gmail.com

1. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Son valores que representan, de forma aproximada, el centro o punto medio de un conjunto de datos. Es decir, indican cuál es el valor típico o más representativo de los datos analizados.

Las medidas de tendencia central son: la media, la mediana y la moda.

Media

La **media aritmética**, o simplemente **media**, es el promedio de un conjunto de números. Se calcula sumando todos los valores y dividiendo el resultado por el número total de datos.

Por lo tanto, la fórmula para calcular la media es:

Media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Donde:

- $\overline{x}$ es la media aritmética.
- n es el número total de datos.
- x_i es la observación i del conjunto de datos.

- Un alumno ha sacado la siguientes calificaciones en el instituto. Calcula la media aritmética de sus notas.
  - Matemáticas: 8
  - Estadística: 9
  - Historia: 7
  - Lengua: 5
  - Economía: 7

Como hemos visto más arriba, la fórmula de la media aritmética es:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Por tanto, para hallar la media aritmética tenemos que sumar todas las notas y luego dividir por el número total de asignaturas, en este caso 5.

$$\overline{x} = \frac{8+9+7+5+7}{5} = 7,2$$

Media aritmética para datos agrupados

Cuando el tamaño de la muestra es muy grande, en ocasiones los datos se agrupan en intervalos. En ese caso la fórmula para calcular la media aritmética varía ligeramente.

La media aritmética de datos agrupados es igual al sumatorio de los productos de la marca de clase de cada intervalo por su frecuencia absoluta dividido por la suma de todas las frecuencias absolutas. Por lo tanto, **la fórmula de la media aritmética para datos agrupados es x̄= $(x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \ldots + x_n \cdot f_n)/(f_1 + f_2 + \ldots + f_n)$.**

Media aritmética para datos agrupados

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \cdots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$$

Donde:

- $\overline{x}$ es la media aritmética de los datos agrupados.
- n es el número total de datos.
- x_i es la marca de clase o media del intervalo i.
- f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i.

Propiedades de la media aritmética

- La media aritmética se ve afectada por valores muy altos o muy bajos (outliers). Esto significa que un solo dato muy diferente al resto puede modificar considerablemente el valor de la media.

- En cualquier conjunto de datos, la suma de las desviaciones de cada valor respecto a la media da como resultado cero.

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})=0$$

- Cuando los datos están distribuidos de manera uniforme o simétrica (por ejemplo, en una distribución normal), la media aritmética coincide con la mediana y la moda, siendo una medida muy representativa del conjunto.

- Si se suma (o resta) una cantidad constante a todos los valores, la media aritmética también aumenta (o disminuye) esa cantidad.
- Si se multiplican (o dividen) todos los valores por una constante, la media aritmética también se multiplica (o divide) por esa constante.

- La media aritmética de cualquier conjunto de datos positivos siempre es igual o mayor que la media geométrica.

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}\geq\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}x_i}$$

- La media aritmética siempre es un valor comprendido entre el mínimo y el máximo de la muestra.

Ventajas

- La media aritmética es una medida estadística fácil de calcular e interpretar.
- Es muy útil en contextos donde los valores no son muy dispersos.

Desventajas

- El resultado de la media aritmética se ve muy afectado por valores extremos (outliers).
- No siempre representa adecuadamente conjuntos de datos muy variados.

Mediana

La **mediana** es el valor que se encuentra justo en el centro de un conjunto de datos ordenado. Por lo tanto, la mediana es aquel valor que separa un conjunto de datos en dos mitades.

Para calcular la mediana de un conjunto de datos primero tenemos que ordenar los datos de menor a mayor. Luego, la posición de la mediana es igual a la suma del número total de datos más uno dividido por dos.

Por lo tanto, la fórmula para calcular la posición de la mediana es:

Donde:

- Me es la mediana
- n es el número total de datos.

¡Importante! Si el número total de datos es impar, el valor obtenido de la fórmula corresponde exactamente con la posición de la mediana. Pero si el número total de datos es par, el valor obtenido de la fórmula es decimal, por lo que la mediana es la media de los dos valores situados en las posiciones más cercanas.

https://www.formulasexplicadas.com/medidas-de-tendencia-central/

Mediana de datos impares

- Calcula la mediana de los siguientes datos:

$$8 \quad 11 \quad 15 \quad 21 \quad 26 \quad 34 \quad 48$$

En este caso los datos ya están ordenados de menor a mayor, por lo que podemos aplicar directamente la fórmula para calcular la posición de la mediana.

$$\text{Posición } Me=\frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}=4$$

Como el número de datos es impar, hemos obtenido un número entero de la fórmula. Así pues, la posición 4 corresponde al número 21, por lo que la mediana es 21.

$$Me=21$$

Mediana de datos pares

- Halla la mediana del siguiente conjunto de datos:

$$3 \quad 4 \quad 2 \quad 7 \quad 2 \quad 5 \quad 3 \quad 5 \quad 4 \quad 2$$

Primero de todo, ordenamos los números de manera ascendente:

$$2 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \quad 7$$

Una vez hemos ordenado los datos, aplicamos la fórmula para calcular la posición de la mediana:

$$\text{Posición } Me=\frac{10+1}{2}=\frac{11}{2}=5,5$$

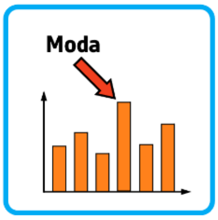
Hemos obtenido un número decimal de la fórmula (5,5) ya que el número de datos es par. Por lo tanto, para determinar la mediana tenemos que calcular la media de los valores en las posiciones más cercanas, esto es, las posiciones 5 y 6 que corresponden con los valores 3 y 4.

$$Me=\frac{3+4}{2}=3,5$$

Moda

En estadística, la **moda** es el valor que tiene una mayor frecuencia absoluta en un conjunto de datos, es decir, la moda es el valor que más se repite.

A diferencia de la media o la mediana, la moda se puede calcular tanto con datos cuantitativos como cualitativos.

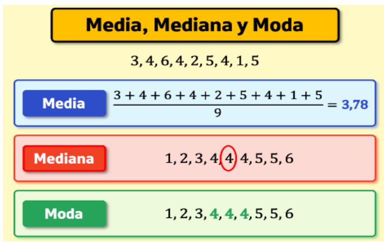


Dependiendo de la cantidad de valores que se repiten con mayor frecuencia, la moda puede clasificarse en:

- **Unimodal**: Solo hay una moda (un único valor más frecuente).
  Ejemplo: 4, 7, 4, 6 → Moda = 4
- **Bimodal**: Hay dos valores que se repiten con la misma frecuencia máxima.
  Ejemplo: 2, 2, 5, 5, 7 → Modas = 2 y 5
- **Multimodal**: Hay más de dos modas.
  Ejemplo: 1, 1, 2, 3, 3, 5, 5, 8 → Modas = 1, 3 y 5
- **Amodal**: Todos los valores tienen la misma frecuencia.
  Ejemplo: 1, 2, 3, 4 → No hay moda

¿Por qué son importantes las medidas de tendencia central?

- **Resumir datos:** las medidas de tendencia central permiten simplificar conjuntos de datos complejos y representarlos con un solo valor.
- **Comparación:** facilitan la comparación entre diferentes conjuntos de datos.
- **Toma de decisiones:** ayudan a analizar los datos y por tanto a tomar decisiones informadas.



2. TÉCNICAS DE CONTEO

Combinaciones: No importa el orden.

$$C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

Ejemplo:

Cuantas combinaciones con repetición se pueden formar, dados 3 símbolos diferentes, tomados de 2 en 2.

Solución:

$\propto ; \beta ; \varphi$

$\propto\beta$; $\propto\varphi$; $\beta\varphi$; $\propto\propto$; $\beta\beta$; $\varphi\varphi$

6 combinaciones

$$CR_p^{\ n} = \frac{(n+p-1)!}{(n-1)!\,p!} \qquad CR_2^{\ 3} = \frac{(3+2-1)!}{(3-1)!\,2!}$$

$$CR_2^{\ 3} = \frac{4!}{2!\ 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2\ \ 2!} = 6$$

Nota: *ojo cuando es con o sin repetición.*

Permutaciones: Si importa el orden.

$$n! = (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$$
$$0! = 1$$

PERMUTACIONES SIMPLES

$$P(n,r) = P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Permutación / Todos los Elementos

$$P_n^n = n!$$

$$Pn = n!$$

En la primera línea del salón de clases se tienen colocados 8 pupitres y se quiere sentar a 8 alumnos ¿De cuántas maneras se podrían colocar?

$P_8 = 8!$

$P_8 = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8$

$P_8 = 40.320$

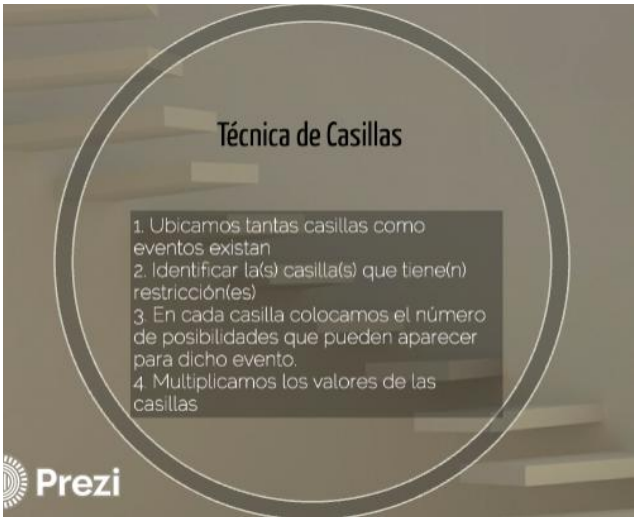
Permutaciones con Repetición

$$P_n^{a,b,c\ldots} = \frac{n!}{a! * b! * c! \ldots}$$

$n = a+b+c+\ldots$

¿IMPORTA EL ORDEN DE COLOCACIÓN?		AGRUPACIONES	SIN REPETICIÓN	CON REPETICIÓN
	Si	**VARIACIONES** Tomamos algunos elementos.	$V_m^n = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdots (m-n+1)$ $V_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$	$VR_m^n = m^n$
	Si	**PERMUTACIONES** Tomamos todos los elementos. n = m	$V_m^m = P_n = n!$ $n!$ = Factorial de n $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$	$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!\,b!\,c!}$
	No	**COMBINACIONES**	$C_m^n = \frac{\text{Variaciones}}{\text{Permutaciones}} = \frac{V_m^n}{P_n}$ $C_m^n = \binom{m}{n}$ Número combinatorio Se lee "m sobre n" $\Rightarrow C_m^n = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$	

3. MÉTODO DE LAS CASILLAS



ACTIVIDADES

Problema 1: Comisión de Salud

En un hospital de la red pública de Antioquia, se debe formar una delegación de 5 especialistas para una misión en el Chocó. Se dispone de 8 médicos y 6 enfermeros. ¿De cuántas maneras se puede formar la comisión si esta debe tener al menos 3 médicos?

Problema 2: Geometría Combinatoria

Sobre un plano se marcan 12 puntos de tal manera que no hay tres puntos alineados, excepto 5 de ellos que se encuentran sobre una misma línea recta. ¿Cuántos triángulos distintos se pueden formar uniendo estos puntos?

Problema 3: Diplomacia en la Cumbre

Siete diplomáticos de diferentes países de América Latina (incluyendo a Colombia y Brasil) se sientan a discutir en una mesa circular. ¿De cuántas formas pueden sentarse si los delegados de Colombia y Brasil no pueden estar uno al lado del otro por tensiones políticas?

Problema 4: El código genético de las palabras

Considerando todas las letras de la palabra "PARALELEPIPEDO", ¿cuántas ordenaciones diferentes se pueden realizar de modo que todas las palabras resultantes comiencen y terminen siempre con la letra "P"?

Problema 5: El Podio de la Vuelta a Colombia

En la etapa reina de la Vuelta a Colombia participan 15 ciclistas de élite (6 del equipo A, 5 del equipo B y 4 del equipo C). ¿De cuántas maneras diferentes puede quedar el podio (1er,

2do y 3er puesto) si se sabe que al menos un integrante del equipo C debe estar en dicho podio?

Problema 6: ***Gabinete Distrital***

Un alcalde electo debe elegir a su Secretario de Hacienda, Secretario de Educación y Secretario de Movilidad entre un grupo de 10 candidatos calificados. Sin embargo, 2 de esos candidatos son expertos solo en Hacienda y no aceptarán ningún otro cargo. ¿De cuántas formas puede el alcalde conformar su equipo de trabajo?

Problema 7: ***Placas Restringidas***

En una ciudad se decide que las placas de los vehículos oficiales tendrán 3 letras seguidas de 3 dígitos. Si las letras solo pueden ser consonantes (usando un alfabeto de 27 letras, menos las 5 vocales) y los dígitos deben ser impares, ¿cuántas placas se pueden crear si no se permite la repetición de ningún carácter (letras ni números)?

Problema 8: ***Sistema Numérico Condicionado***

¿Cuántos números de 5 cifras, que sean mayores a 50,000 y menores a 80,000, se pueden formar con los dígitos {0, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9} de tal manera que el número sea par y no tenga cifras repetidas?

Problema 9: ***El dilema del vestuario (Lógica condicional)***

Un estudiante tiene 5 camisas, 4 pantalones y 3 pares de zapatos. Sin embargo:

- ***La camisa roja solo se la puede poner con el pantalón negro.***
- ***Los zapatos azules no combinan con el pantalón café.***

¿De cuántas maneras distintas puede vestirse el estudiante cumpliendo estas restricciones? (Asuma que solo hay una camisa roja, un pantalón negro, un pantalón café y un par de zapatos azules).

Problema 10: ***Seguridad Bancaria***

Un banco genera claves de cajero de 4 dígitos. Para aumentar la seguridad, el sistema impone las siguientes reglas:

1. ***El primer dígito no puede ser 0.***
2. ***El último dígito debe ser un múltiplo de 3 (incluyendo el 0).***
3. ***No puede haber dos dígitos consecutivos iguales.***

¿Cuántas claves diferentes cumplen con estas especificaciones?

APRENDER ES MARAVILLOSO

OBSERVACIONES: Queridos estudiantes, esta Actividad del Plan de Apoyo, debe ser entregada en el cuaderno (escrito a mano) y se realizará sustentación oral de algunos puntos elegidos al azar.	
FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO: *Del 11 al 15 de mayo*	***FECHA DE SUSTENTACIÓN:*** *Del 11 al 15 de mayo*
NOMBRE DEL EDUCADOR *Luis Alfonso Vásquez Pulgarín*	**FIRMA DEL EDUCADOR**