	Institución Educativa Juan XXIII **Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012** **Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017** **DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1**

PLAN DE APOYO

ÁREA/ASIGNATURA: MATEMÁTICAS/**CÁLCULO**	**FECHA:** Abril de 2026
PERIODO: PERIODO 1	**GRADO: ONCE** (11°1 y 11°2)
NOMBRE DEL DOCENTE: DIANA MARCELA CALLEJAS PATIÑO	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: 11 al 15 de mayo	**FECHA DE SUSTENTACIÓN:** 11 al 15 de mayo
LOGROS: ➢ Caracteriza el conjunto de los números reales a partir de las propiedades de los racionales e irracionales. ➢ Interpreta las operaciones en diversos dominios numéricos para validar propiedades de ecuaciones e inecuaciones. ➢ Identificar, representar y utilizar distintos tipos de intervalos en la solución de problemas.	
Recursos: Guía impresa, cuaderno y lápiz, recursos interactivos de profundización de los conceptos.	

Este Plan de apoyo está dividido en dos partes; a saber:

1. Un resumen detallado de las temáticas y conceptos abordados durante el periodo 1.
2. Tres actividades para entregar que, se encuentran entre las páginas 9, 10 y 11.

RESUMEN DE LAS TEMÁTICAS TRABAJADAS EN CLASE

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

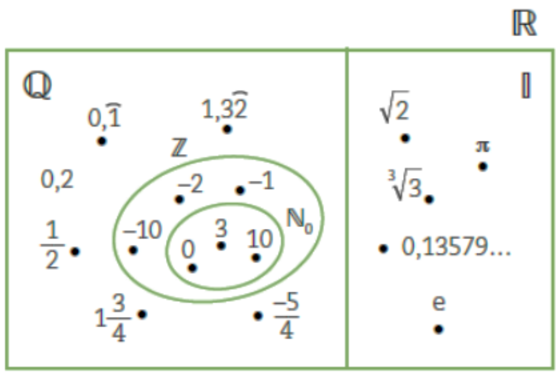
En el siguiente diagrama se muestra la relación entre los diferentes conjuntos que conforman el conjunto de los números **reales**.

$$\text{Números reales } (\mathbb{R}) \begin{cases} \text{Racionales } (\mathbb{Q}) \begin{cases} \text{Enteros } (\mathbb{Z}) \begin{cases} \text{Naturales } (\mathbb{N}) \\ \text{Enteros negativos} \end{cases} \\ \text{Decimales finitos y periódicos} \end{cases} \\ \text{Iracionales } (\mathbb{I}) \end{cases}$$

- ➢ Todos los números que conocemos y usamos hasta el momento pertenecen al conjunto de los números reales $\mathbb{R}$..
- ➢ El conjunto de los números reales $\mathbb{R}$ se divide en dos subconjuntos; racionales $\mathbb{Q}$ e irracionales $\mathbb{I}$. Podemos decir que, el conjunto de los números reales son la unión de los racionales y los irracionales. Se escribe

$$\boxed{\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}}$$

Observa el diagrama que muestra la relación de contenencia entre los conjuntos numéricos.

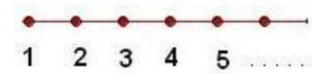


El Símbolo ⊂ significa “contenido en”. Entonces, decimos que:

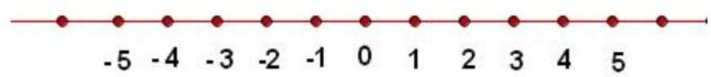
“Los naturales están contenidos en los enteros”: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
“Los enteros están contenidos en los racionales”: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
“Los racionales están contenidos en los reales”: $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
“Los irracionales están contenidos en los reales”: $I \subset \mathbb{R}$

Los conjuntos numéricos por extensión y por compresión:

Los naturales ℕ = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, ..., 5558, ..., 758025, ...}. En la recta numérica pueden ser representados de la siguiente manera:



Los enteros $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$**.** En la recta numérica se representan partiendo de cero, hacia la derecha los enteros positivos y hacia la izquierda, los enteros negativos, manteniendo siempre la misma distancia entre punto y punto.



Los números racionales $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, con\ b \neq 0\}$, se lee “el conjunto de todos los números que se pueden representar como cociente entre enteros, con denominador diferente de cero”. Pertenecen a este conjunto números como:

- Las fracciones entre números enteros:

$$\frac{-2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{2}{-10}, -\frac{5}{31}, \frac{978}{401}$$

- Los decimales finitos:

$\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{23}{100} = 0{,}23$ $\frac{420}{2000} = 0{,}245$ 1,25 3,5845 3,58978 ...

- Los decimales infinitos periódicos puros:

$\frac{-2}{3} = -0{,}6666666 \dots$ *(con periodo 6)*
$\frac{2}{101} = 0{,}019801980198 \dots$ *(con periodo 0198)*
$\frac{222}{7} = 31{,}714285714285 \dots$ *(con periodo 714285)*

2.10101010…, 3.4154415441544154…, 15.181181181181181

- Los decimales infinitos periódicos mixtos:

$$\frac{222}{90} = 2{,}46666666\ldots \text{ (con periodo 6)}$$

$$\frac{25}{26} = 0{,}9615384615384615384615384\ldots \text{ (con periodo 615384)}$$

$$\frac{7}{12} = 0{,}58333333\ldots \text{ (con periodo 3)}$$

Nota: Todo número racional tiene una representación decimal, ya sea finita o infinita, pero, si es infinita, siempre será un decimal periódico (puro o mixto).

__**Los números irracionales**__ **I:** Está conformado por los números decimales infinitos no periódicos, los cuales NO se pueden expresar de la forma $\frac{a}{b}$. Por ejemplo:

- Todas las raíces no exactas y las fracciones que se pueden establecer con ellas:

$$\sqrt{2},\ \frac{\sqrt[3]{3}}{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt[3]{4},\ \sqrt[5]{21}$$

- Los números $\sqrt[5]{4}, \pi, e, \sqrt[4]{2}, \sqrt{5}, \varphi$ pertenecen al conjunto de los irracionales, porque, su expresión decimal es infinita y no periódica. Veamos:

$$\sqrt[5]{4} = 1{,}31950791\ldots \qquad \pi = 3{,}141592653\ldots$$

$$e = 2{,}7182818284\ldots \qquad \sqrt[4]{2} = 1{,}189207115\ldots$$

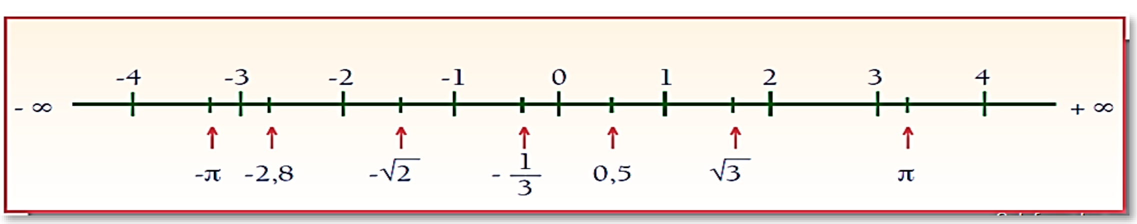
$$\sqrt{5} = 2{,}2360679774\ldots \qquad \varphi = 1{,}618033988749\ldots$$

- Otros ejemplos: Observe que los decimales siguientes no presentan una periodicidad en sus cifras infinitas

2,181521345963714896…. 126.32659871236548932…

__**La recta real:**__

Existe una condición que cumplen los números reales conocida como axioma de completitud, que garantiza la correspondencia biunívoca (uno a uno) entre el conjunto de los números reales y el conjunto de puntos en la recta. En otras palabras, a cada número real le corresponde un único punto sobre la recta y a cada punto de la recta, se le asocia un número real.



El orden en los números reales

El conjunto de los números reales es ordenado. Intuitivamente, lo anterior significa que, si sobre una línea recta colocamos dos números “a” y “b”, significa que “a” es menor que “b”.

Escribimos: a < b

Sí a < b, también es cierto que b > a. Ejemplo: Observando la recta real anterior, podemos decir que:

$$\sqrt{3} < \pi \ o\ también\ que, \pi > \sqrt{3}.$$

DESIGUALDADES

Una desigualdad es una relación de orden que se da entre dos cantidades. Dos números reales a y b se pueden comparar usando los símbolos < y >, pero también se cumplen para los símbolos $\leq y \geq$, como se muestra en la siguiente tabla.

NOTACIÓN	EJEMPLOS			
a < b significa que a es menor que b.	3 < 5	-6 < -4	-7 < 5	0 < 5
a > b significa que a es mayor que b.	9 > 3	-5 > -6	7 > -5	0 > -4
a $\leq$ b significa que a es menor o igual que b.	7 $\leq$ 7	-5 $\leq$ -1	-5 $\leq$ 4	0 $\leq$ 6
a $\geq$ b significa que a es mayor o igual que b.	8 $\geq$ 7	-8 $\geq$ -9	6 $\geq$ 6	0 $\geq$ -4
a $\neq$ b significa que a, no es igual a b.		5 $\neq$ 3		

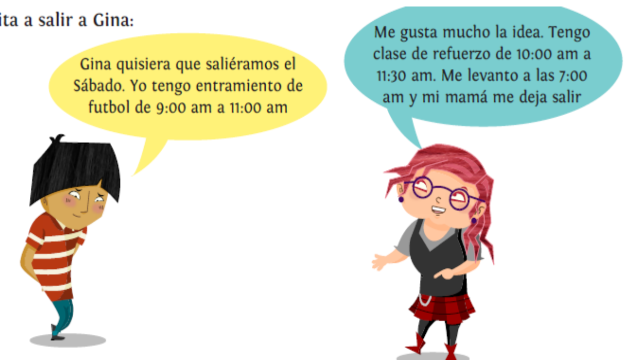
Para todo a, b ∈ R, a > b si y solamente si a – b ∈ R^+, es decir, a – b > 0. R^+ es el conjunto de los reales positivos.

INTERVALOS E INECUACIONES

Analiza y responde:

- ¿Qué entendemos por un intervalo en la vida cotidiana?
- ¿Qué temperaturas pudieron presentarse durante un día, si te dicen que, la temperatura estuvo entre 19° y 35°?
- ¿Qué edades podían tener los beneficiarios de un programa, si solo se aceptaban personas de menores de 18 años o personas mayores de 65 años?

Chucho invita a salir a Gina:



Responde:

A. ¿En qué intervalo de tiempo no podrá ser la hora de la cita?

…………………………………………..

B. ¿La cita podría ser a las 11:30 am en punto?

…………………………………………..

Completa los intervalos para responder:

C. ¿A qué hora no puede ser la cita?

[___: ___ am; ___: ___ am]

D. ¿A qué hora puede ser la cita?

[___:__ am; ___:___ am) o

(___: __ am; __:___ pm]

Concepto matemático de intervalo

Un intervalo es un subconjunto de números reales que contiene todos los números reales entre dos números dados, llamados extremos del intervalo.

Importancia de los intervalos

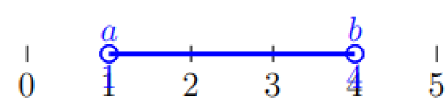
- Son fundamentales para expresar dominios y rangos de funciones.
- Permiten representar soluciones de inecuaciones.
- Son utilizados en el análisis de límites y continuidad.
- Tienen aplicaciones prácticas en ciencias, economía y situaciones cotidianas.

Clasificación de los intervalos

Intervalo abierto (a, b)

- Definición: Conjunto de números reales x tales que a < x < b. Sin ser a ni b.

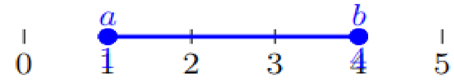
- Notación: (a, b) = {x ∈ R | a < x < b}.
- Característica: No incluye los extremos a y b



Intervalo cerrado [a, b]

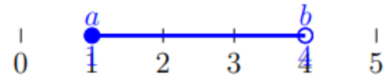
- Definición: Conjunto de números reales x tales que a ≤ x ≤ b, pudiendo ser a y ser b.

- Notación: [a, b] = {x ∈ R | a ≤ x ≤ b}
- Característica: Incluye los extremos a y b.

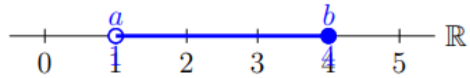


Intervalo semiabierto/semicerrado

- Definición 1: [a, b) = {x ∈ R | a ≤ x < b} (Cerrado a la izquierda, abierto a la derecha).

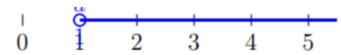


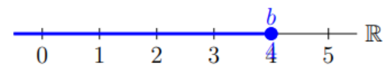
- Definición 2: (a, b] = {x ∈ R | a < x ≤ b} (Abierto a la izquierda, cerrado a la derecha).



Intervalos infinitos

- Intervalo infinito abierto por la derecha: (a, ∞) = {x ∈ R | x > a}
- Intervalo infinito cerrado por la derecha: [a, ∞) = {x ∈ R | x ≥ a}
- Intervalo infinito abierto por la izquierda: (−∞, b) = {x ∈ R | x < b}
- Intervalo infinito cerrado por la izquierda: (−∞, b] = {x ∈ R | x ≤ b}



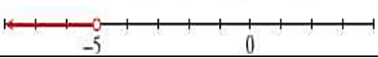
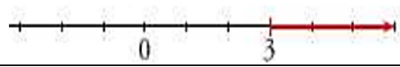
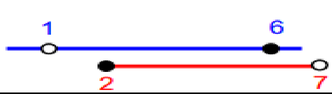
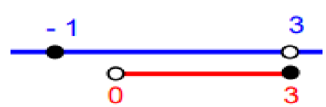
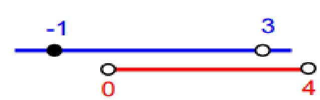


Operaciones con intervalos

Unión de intervalos: La unión de dos intervalos A y B, denotada como A ∪ B, es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B (o a ambos). Ejemplo: [1, 3] ∪ [2, 5] = [1, 5]

Intersección de intervalos: La intersección de dos intervalos A y B, denotada como A ∩ B, es el conjunto de todos los elementos que pertenecen tanto a A como a B. Ejemplo: [1, 3] ∩ [2, 5] = [2, 3]

EJEMPLOS RESUELTOS

1. Expresa como desigualdad y como intervalo cada enunciado, y representa en la recta real:		
x es menor que –5 $x < -5$; $(-\infty, -5)$ 	**3 es menor o igual que x** $3 \le x$; $[3, +\infty)$ 	**x está entre –2 y 0, ambos incluidos** $-2 \le x \le 0$; $[-2, 0]$ 
2. Escribe la desigualdad que verifica todo número x que pertenece a estos intervalos:		
[3/2, 6) $\frac{3}{2} \le x < 6$	**(–∞, 0)** $x < 0$	**[13, +∞)** $x \geq 13$
3. Expresa con un único intervalo las siguientes operaciones entre intervalos y representa en la recta:		
(1, 6] ∩ [2, 7) (1, 6] ∩ [2, 7) = [2, 6] 	**[–1, 3) ∪ (0, 3]** **[–1, 3) ∪ (0, 3] = [-1, 3]** 	**[–1, 3) ∩ (0, 4)** **[–1, 3) ∩ (0, 4) = (0,3)** 

INECUACIONES LINEALES

Son desigualdades en las que hay por lo menos una incógnita con exponente 1. Solucionar una inecuación es hallar el conjunto de valores que satisfacen la desigualdad, generalmente se representa la solución mediante intervalos. Veamos algunos ejemplos de aplicación.

Ejemplo 1: Una persona que toma un taxi debe pagar **$ 2.000** por el arranque de la carrera y **$ 0,8** por cada metro recorrido. Si una persona tiene **$ 12.000** escribe la expresión que muestra cuántos metros puede avanzar como máximo en su recorrido con ese dinero.

Para saber cuántos metros puede avanzar como máximo la persona, se debe resolver la inecuación siguiente: $2.000 + 0{,}8x \leq 12.000$. Recuerde que, paga 2 mil pesos fijos, y un valor variable de 0,8 por cada x metros recorridos, donde la suma de ambos valores no debe superara los 12 mil pesos.

$2\,000 - 2\,000 + 0{,}8x \leqslant 12\,000 - 2\,000 \longleftarrow$ Se resta 2 000 a ambos lados de la inecuación.

$0{,}8x \leqslant 10\,000 \longleftarrow$ Se reducen términos semejantes.

$x \leqslant 12\,500 \longleftarrow$ Se dividen ambos lados de la inecuación entre 0,8.

Por tanto, la persona puede avanzar máximo 12.500 metros, es decir, 12,5 Km, con el dinero que tiene. La solución se puede escribir $(-\infty, 12{,}5]$; en este problema no tiene sentido hablar de distancias negativas, así que la solución real es $[0, 12{,}5]$

Ejemplo 2: Carlos adquirió un plan de telefonía mensual en el cual se le cobra un costo fijo de **$ 5.600** y **$ 60** por cada minuto consumido. Si Carlos decide pagar mensualmente un valor inferior a **$ 56.000**. Si el número de minutos consumidos lo representamos con la letra **x**.

a. La expresión algebraica que permite representar el enunciado "el costo fijo más el costo de los minutos consumidos, deben ser inferior a 56.000" es:

$$5.600 + 60x < 56.000$$

b. ¿Para no pagar más de lo que espera gastar, cuántos minuto máximo puede consumir Calos?

$$5.600 + 60x < 56.000$$
$$60x < 56.000 - 5.600$$
$$60x < 50.400$$
$$x < \frac{50.400}{60}$$
$$\boldsymbol{x < 840}$$

c. El intervalo solución de la desigualdad es: $(-\infty,\ 840)$. Pero, teniendo en cuenta el contexto del problema, la solución real sería: $[0,\ 840)$, es decir, los minutos adicionales que puede consumir Carlos van desde cero hasta menos de 840 minutos al mes.

INECUACIONES CUADRÁTICAS

Son expresiones de la forma $ax^2 + bx + c < 0,\ ax^2 + bx + c \leq 0,\ ax^2 + bx + c > 0,\ ax^2 + bx + c \geq 0$
En todos los casos, $a \neq 0$. Para solucionarlas, se debe factorizar la expresión, encontrar los puntos

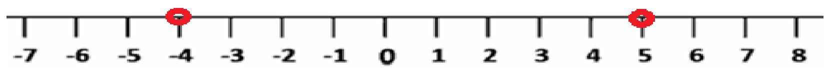
críticos de cada factor, evaluar la expresión cuadrática en cada uno de los intervalos que se forma y verificar en cuales de ellos se cumple la desigualdad correspondiente. Veamos los ejemplos:

Ejemplo 1: Resolver la inecuación cuadrática $x^2 - x - 20 > 0$

La expresión cuadrática se factoriza usando por la fórmula de trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

$$x^2 - x - 20 > 0$$
$$(x - 5)(x + 4) > 0$$

Los puntos críticos son los valores de x que anulan cada factor de la expresión. Los puntos críticos en este caso son: $5\ y - 4$. Marquemos estos puntos en una recta numérica.



Al marcar los puntos críticos se forman tres intervalos reales: $(-\infty, -4), (-4, 5)\ y\ (5, +\infty)$. Se toma cualquier valor de cada intervalo y se evalúa la expresión allí. En el primer intervalo tomemos el valor -6

$$(-6 - 5)(-6 + 4) > 0$$
$$(-11)(-2) > 0$$
$$+22 > 0$$

Es una expresión verdadera. Por tanto, el intervalo $(-\infty, -4)$ es solución de la inecuación cuadrática.

En el segundo intervalo, evaluemos la expresión en $x = 0$

$$(0 - 5)(0 + 4) > 0$$
$$(-5)(+4) > 0$$
$$-20 > 0$$

Es una expresión falsa. Por tanto, el intervalo $(-4, 5)$ no es solución de la inecuación cuadrática.

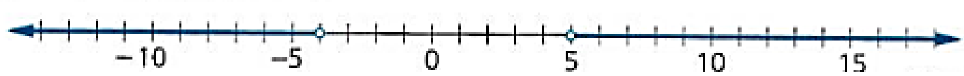
En el tercer intervalo, evaluemos la expresión en $x = 6$

$$(6 - 5)(6 + 4) > 0$$
$$(-1)(+10) > 0$$
$$+10 > 0$$

Es una expresión verdadera. Por tanto, el intervalo $(5, +\infty)$ es solución de la inecuación cuadrática.

Finalmente, la solución de la inecuación es la unión del primer y tercer intervalo. La solución se expresa y se representa como sigue:

$S = (-\infty, -4) \cup (5, +\infty).$



ACTIVIDADES (Secuencia de actividades a desarrollar por el estudiante)

ACTIVIDAD 1

1. Diga si cada afirmación es verdadera o es falsa, si es falsa justifique su respuesta.

a) Todo Número Real es un Número Entero. ( ) ....
....

b) Todo Número Entero es un Número Natural. ( ) ....
....

c) A todo Número Racional le corresponde un punto en la recta numérica. ( ) ....
....

d) Todo punto en la recta numérica se puede asociar a un Número Real. ( ) ....
....

e) La suma de dos……teros impares cualesquiera, es impar. ( )..
....

2. Escribe al frente de cada número, el conjunto más pequeño al que pertenece ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$).

2,54545454…		12/5		7,4	
9,88		$\sqrt{2}$		5+ $\sqrt{7}$	
π		$\sqrt{144}$		1/8	
-159		$3{,}0\widehat{31}$		4,2131313…	

3. Halla la expresión decimal de cada número racional. Luego, clasifícala según sea exacta, infinita periódica pura o infinita periódica mixta.

Ejemplo: $\frac{25}{-26} = -0{,}9615384615384615 \ldots = -0{,}96\overline{153846}$. Es un número decimal infinito **periódico mixto**.

a. $\frac{6}{7}$

b. $-\frac{15}{17}$

c. $-\frac{5}{2}$

d. $\frac{5}{9}$

e. $\frac{5}{42}$

f. $-\frac{3}{2}$

4. Para cada número, marca con una X los conjuntos numéricos a los que pertenece.

NÚMERO	N	Z	Q	I	R
-12					
-4/7					
5,32444…					
$\sqrt[5]{64}$					
$\sqrt[5]{-32}$					
$\sqrt[4]{16}$					
2,71828182845904523536…					
$2+\sqrt[3]{-8}$					
10.1011011111000010101…					
$4-\sqrt{2}$					
$\sqrt{2}+\sqrt{3}$					
3,2181818…					
- 77/100					
$\sqrt{2}+1/2$					

ACTIVIDAD 2

1. Representa gráficamente (en una recta) y expresa como intervalos cada una de las siguientes desigualdades:

a) $-3 \leq x \leq 2$ **b)** $5 < x$ **c)** $x \geq -2$

d) $-2 \leq x < 3/2$ **e)** $4 < x < 4{,}1$ **f)** $-3 \leq x$

2. Resolver las siguientes operaciones con intervalos y represente en una recta numérica:

1. $[1,5] \cup [3,7]$
2. $[1,5] \cap [3,7]$
3. $(-2,4] \cup [0,6)$
4. $(-\infty,0] \cap [-2,\infty)$
5. $(-\infty,3) \cup (2,\infty)$

3. Haller el conjunto solución de la desigualdad. Muestre el paso a paso en la solución.

$$-7 < 5x + 3 \leq 13$$

ACTIVIDAD 3

1. En la I.E. Juan XXIII, se desea realizar un concurso de baile. La condición para participar es que los concursantes tengan una edad igual o mayor a 10 años y menor de 18 años. Si x representa la edad de los participantes al concurso de baile, represente la desigualdad que permite representar la edad que deben tener los participantes al concurso de baile y exprese esta desigualdad como intervalo.

2. Para aprobar una asignatura, un estudiante debe obtener al menos **3,0** como promedio final (se califica de 1 a 5). Si en las primeras dos evaluaciones ya obtuvo **2,8** y **3,2**, qué nota **x** debe sacar en la tercera evaluación para aprobar. Represente la desigualdad y solucione, expresando el intervalo solución. Tenga en cuenta que la solución tenga sentido en el contexto del problema.

3. Empareje cada inecuación cuadrática con su solución. Muestre cada proceso en la solución de las inecuaciones cuadráticas.

$x^2 + x - 6 \geqslant 0$	$(-\infty, 1) \cup (6, \infty)$
$x^2 - 9 < 0$	$\varnothing$
$x^2 - 7x + 6 > 0$	$(-3, 3)$
$x^2 - x - 2 \leqslant 0$	$(-\infty, \infty)$
$x^2 + x + 1 > 0$	$(-\infty, -3] \cup [2, \infty)$
$x^2 + 3 \leqslant 1$	$[-1, 2]$

RECURSOS – INSUMOS – MATERIALES

RECURSOS DIGITALES DE APOYO EN LAS EXPLICACIONES

Lecturas:

- Libro de texto de guía: Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Matemáticas 11, libro del estudiante.* Larousse. Todos Por Un Nuevo País: Colombia. Revisar **las páginas 10 a la 22.**

https://www.calameo.com/books/00773901993ac6f18d8d2

Videos:

- Intervalos, introducción: https://www.youtube.com/watch?v=yhdmoH_lyeU&t=308s
- Intervalos ejemplo 1: https://www.youtube.com/watch?v=tyt6T1Ukq3w
- Intervalos ejemplo 2: https://www.youtube.com/watch?v=46WvE9S9y04

- Inecuaciones lineales ejemplo 1: https://www.youtube.com/watch?v=CkVXbU-PNRs
- Inecuaciones lineales ejemplo 2: https://www.youtube.com/watch?v=QLI35q0k2Ec
- Desigualdades lineales: https://www.youtube.com/watch?v=q-OP_4dZdxI
- Inecuaciones cuadráticas: https://www.youtube.com/watch?v=_uW4nVdCWzQ

Enlaces interactivos de profundización:

- Números reales: https://www.liveworksheets.com/worksheet/es/matematicas/712245
- Inérvalos reales: https://www.liveworksheets.com/worksheet/es/matematicas/1430476
- Unión e intersección de intervalos: https://www.liveworksheets.com/worksheet/es/maths/8038117
- Desigualdades lineales: https://www.liveworksheets.com/worksheet/es/matematicas/591356
- Inecuaciones cuadráticas: https://www.liveworksheets.com/worksheet/es/matematicas/395280
  https://www.liveworksheets.com/worksheet/es/matematicas/1401540

OBSERVACIONES:

- Se considera un punto bueno cuando tiene el proceso y las operaciones de cálculo necesarias para llegar a la solución, además, del resultado correcto.
- En la sustentación, el estudiante deberá demostrar, a través de ejercicios similares a los del presente taller, la comprensión de los diferentes conceptos vistos durante el periodo, así como las operaciones y procesos necesarios para determinar los diferentes cálculos.
- La sustentación tendrá cinco puntos, deben hacer mínimo tres buenos con operaciones incluidas para ganarla.
- Sin taller no pueden presentar sustentación, queda el plan de apoyo automáticamente reprobado.

FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO	***FECHA DE SUSTENTACIÓN***
11 al 15 de mayo	*11 al 15 de mayo*
NOMBRE DEL EDUCADOR	***FIRMA DEL EDUCADOR***
Diana Marcela Callejas Patiño	Diana Callejas