



Institución Educativa Juan XXIII
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017
DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

PLAN DE APOYO

ÁREA/ASIGNATURA: MATEMÁTICAS/ESTADÍSTICA	FECHA: NOVIEMBRE 18, 19 Y 20 DE 2025
PERIODO: 3	GRADO: NOVENO (9°1, 9°2 y 9°3)
NOMBRE DEL DOCENTE: DIANA MARCELA CALLEJAS PATIÑO	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: NOVIEMBRE 18	FECHA DE SUSTENTACIÓN: NOVIEMBRE 18, 19 Y 20 DE 2025
LOGROS: ➤ Identifica y usa correctamente diferentes tipos de variables estadísticas atendiendo a contextos específicos y la dependencia entre ellas. ➤ Analiza e interpreta datos representados en tablas de doble entrada. ➤ Encuentra el número de posibles resultados en un experimento aleatorio, usando métodos adecuados (diagramas de árbol, regla de la multiplicación, permutaciones, variaciones, combinaciones, etc.).	
Recursos: Guía impresa, cuaderno y lápiz, recursos interactivos de profundización de los conceptos.	

Este Plan de apoyo está dividido en dos partes; a saber:

1. Un resumen detallado de las temáticas y conceptos abordados durante el periodo 3.
2. Dos actividades para entregar que, se encuentran en las páginas 7 a 9.

RESUMEN DE LAS TEMÁTICAS TRABAJADAS EN CLASE

VARIABLES ESTADÍSTICAS BIDIMENSIONALES

En el análisis estadístico es conveniente a veces contrastar los datos procedentes de dos características de un mismo elemento de la población. En este sentido, se plantea la consideración de variables estadísticas bidimensionales, así como la detección de posibles relaciones entre las dos características o variables investigadas.

Ejemplo1: Se preguntó a 50 personas acerca del uso del transporte público (taxi - bus) a lo largo de un mismo día, es decir, se les preguntó qué trasportes públicos usan y cuántas veces al día los usan. Se registraron los datos en la tabla.

- ¿Cuántas personas toman taxi dos veces al día?
- ¿Cuántas personas viajan en autobús dos veces al día?

Si se tiene en cuenta que en la primera fila están ubicados los valores de la variable X: número de veces que usa taxi. Y en la primera columna los de la variable Y: número de veces que toma autobús, puede decirse que:

- Hay 20 personas que toman taxi dos veces al día.
- Hay 16 personas que viajan en autobús en dos ocasiones.
- Hay 2 personas que usan taxi y autobús dos veces al día.

Autobús (Y)	Taxi (X)				
		0	1	2	Total
0		2	2	10	14
1		4	8	8	20
2		8	6	2	16
Total		14	16	20	50

¿Qué otras conclusiones puedes sacar leyendo la tabla?

Variables estadísticas bidimensionales

Las variables que se obtiene al observar simultáneamente dos características de un mismo elemento de una población estadística se llaman variables estadísticas bidimensionales. Estas se representan mediante el par (X, Y) y toman los valores $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_n, y_n)$.

Tablas de doble entrada

La tabla de doble entrada se utiliza cuando el número de valores observados de una variable bidimensional es bastante grande y se repiten muchos de ellos.

Ejemplo 2: A un grupo de turistas que visitó Bahía Solano se les preguntó por los aspectos que consideraron excelentes en su estadía. La información se clasificó por género y se registró en la siguiente tabla. Lee las conclusiones que se pueden obtener.

		Aspecto			
		Comida	Paisaje	Atención	Total
Género	Mujeres	22	32	21	
	Hombres	24	28	27	
	Total				

- 46 personas opinaron que la comida fue excelente.
- 27 hombres opinaron que la atención fue excelente.
- 75 de los turistas eran mujeres.
- 60 personas opinaron que el paisaje fue excelente.

TÉCNICAS DE CONTEO

Las técnicas de conteo son métodos matemáticos para calcular el número total de resultados posibles en un evento o experimento, sin tener que enumerarlos uno a uno, lo que facilita el análisis de problemas complejos en probabilidad y estadística.

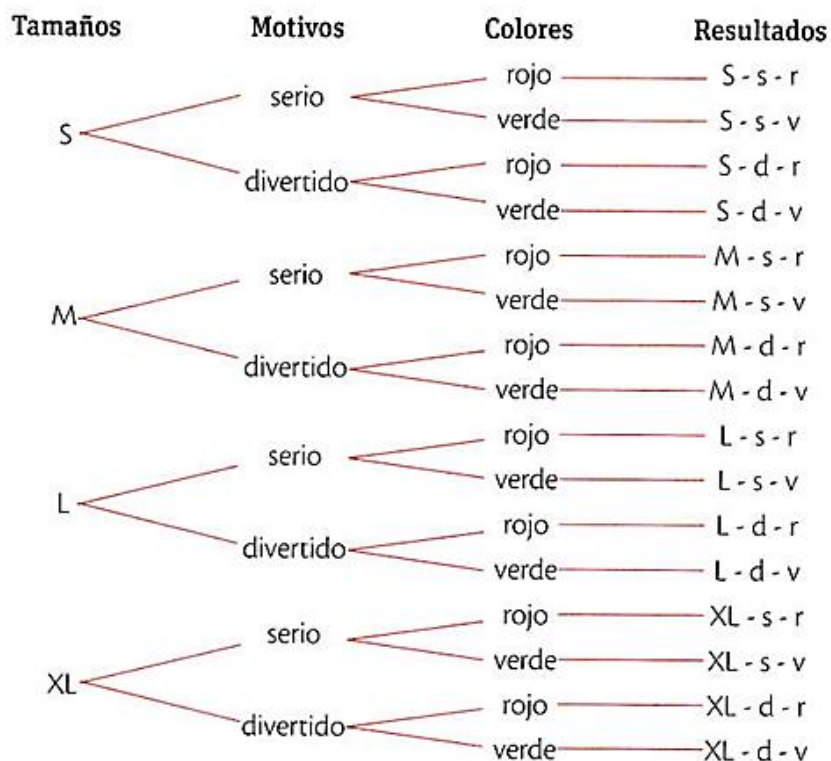
DIAGRAMA DE ÁRBOL

El diagrama de árbol es una técnica de conteo que permite enumerar los resultados posibles de un experimento que consta de dos o más pasos. Está compuesto por ramas por niveles, que se despliegan de cada categoría o paso que conforma al experimento.

Ejemplo: Dos estudiantes del grado noveno diseñan camisetas para un evento de su grupo. En el diseño se tienen en cuenta tres criterios como la talla, los motivos y los colores de la camiseta. Así como se muestra en la tabla siguiente.

Talla		Motivos	Colores
S	M	Serio	Rojo
L	XL	Divertido	Verde

¿Cuántos modelos diferentes pueden crear los dos estudiantes de noveno?



Observe el diagrama de árbol, este comienza desde la primera categoría que es la talla. Son 4 tallas y por cada talla, se tienen dos motivos diferentes para elegir y por cada uno de los motivos, se pueden escoger entre dos colores diferentes. Al lado derecho del diagrama de árbol, se pueden contar los resultados, es decir, todas las diferentes combinaciones de camisetas que se pueden armar, teniendo en cuenta las tres categorías proporcionadas.

R:// En total son **16 modelos** diferentes que se pueden crear. Uno de esos modelos es, por ejemplo, una camiseta talla L, con motivo serio y de color verde (L, S, V).

PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

El principio multiplicativo (también llamado principio fundamental del conteo) es una técnica para calcular el número total de resultados posibles de un proceso que consta de varias etapas o sucesos, multiplicando el número de opciones disponibles en cada etapa.

*“Si un primer evento tiene 'm' formas de realizarse y un segundo evento tiene 'n' formas de realizarse, entonces, ambos eventos juntos pueden realizarse de 'm * n' formas”.*

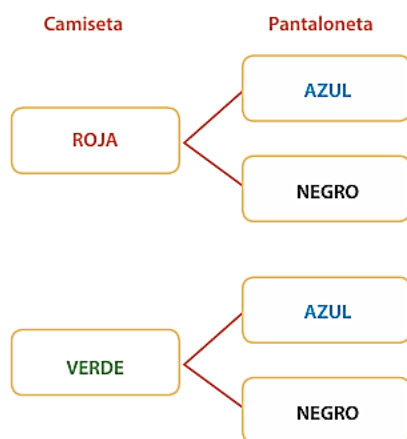
En el ejemplo anterior, si multiplicamos las opciones que hay para diseñar las camisetas, tenemos que:

$$4 \times 2 \times 2 = 16, 16 \text{ maneras de diseñar las camisetas.}$$

Ejemplo: Luis tiene una camiseta roja y otra verde. Además, Luis tiene una pantaloneta azul y un pantalón negro. ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir Luis?

Entonces, usando el principio multiplicativo, observa que, Luis tiene $2 \times 2 = 4$.

Son 4 formas diferentes de vestir combinado sus prendas. Ahora, veamos esta situación representada en un diagrama de árbol.



- El diagrama de árbol es una técnica de conteo asociada al principio multiplicativo.
- Esta técnica permite enumerar los resultados posibles de un experimento que consta de dos o más pasos.
- Está compuesto por ramas por niveles, que se despliegan de cada categoría o paso que conforma al experimento.
- El espacio muestral de este experimento aleatorio es:

$$S = \{(roja, azul), (roja, negro), (verde, azul), (verde, negro)\}$$

PERMUTACIONES

Una permutación es un arreglo de elementos de un conjunto, donde **el orden es importante**. En otras palabras, es una forma de ordenar o disponer los elementos de un conjunto finito, de manera que cada ordenación posible se considera una permutación diferente. Por ejemplo, si tienes los dígitos 2, 5 y 8, los números **258, 285, 528, 582, 825 y 852** son permutaciones de esos dígitos, porque el orden de los números es diferente en cada caso.

El orden es importante, pues no es lo mismo que el dígito 2 esté en el lugar de las unidades a que esté en el lugar de las decenas o de las centenas.

Definición: El número de permutaciones de N elementos es $N!$

FACTORIAL DE NÚMERO: El factorial de un número N , es el producto de todos los números desde 1 hasta N . Podemos decir simbólicamente:

$$N! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times (n-1) \times N$$

Por definición $0! = 1$

$$1! = 1$$

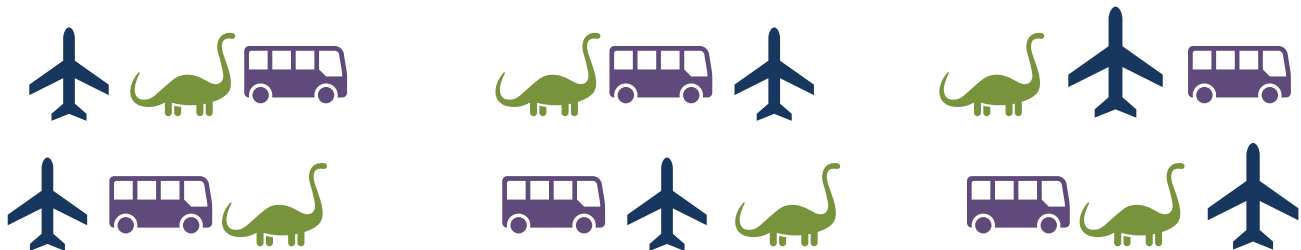
$$2! = 1 \times 2 = 2$$

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

Ejemplo 1: Cuántas formas tengo de acomodar los tres juguetes de Manuel en una repisa, avión, dinosaurio y autobús. Observemos las acomodaciones que puedo formar.



Son tres objetos para permutar u ordenar. Entonces, usando el factorial de 3, tenemos que, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$. Hay 6 formas diferentes para ordenar los tres juguetes en la repisa.

Nota: A la permutación de N elementos la vamos denotar $P(N) = N!$

Ejemplo: En una competencia deportiva hay 5 personas. ¿De cuántas maneras pueden quedar ubicadas en el 1°, 2°, 3°, 4° y 5° lugar?

R:// Permutación de 5 elementos

$$P(5) = 5!$$

$$P(5) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

VARIACIONES

Las variaciones son permutaciones en las que solo se toman algunos elementos del total para ordenarlos. En las variaciones también importa el orden.

Si de un conjunto de n elementos tomamos a r elementos para ordenarlos o disponerlos importando el orden, esto se denota como:

$$V(m, n) = \frac{m!}{(m - n)!}$$

Ejemplo: Eduardo, Carlos y Sergio se han presentado a un concurso de pintura. El concurso otorga \$200 al primer lugar y \$100 al segundo. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios de primer y segundo lugar?

Solución: Observe que, don tres elementos, en este caso personas y se debe ordenar a dos de ellas en primer y segundo lugar. Se trata de una variación $V(m, n)$, variación donde $m = 3$ y $n = 2$. Variación $V(3,2)$, 3 tomados de a 2.

En este caso, sí importa el orden, ya que no es lo mismo quedar en primer lugar que en segundo, además, los premios son diferentes. Por ejemplo, un arreglo o disposición, es que Carlos ocupe el primer lugar y Sergio el segundo. Otro arreglo, sería que Sergio ocupe el primer lugar y Eduardo el segundo. El número total de arreglos o formas lo calculamos con la fórmula:

$$V(3,2) = \frac{3!}{(3 - 2)!}$$

$$V(3,2) = \frac{3!}{(1)!} = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Por lo tanto, hay 6 formas diferentes.

COMBINACIONES

Una combinación de un conjunto de elementos es una selección de dichos elementos **sin tener en cuenta el orden**.

El número de combinaciones de “ m ” elementos tomados de “ n ” en “ n ” se calcula con la fórmula:

$$C(m, n) = \frac{m!}{(m - n)! n!}$$

Ejemplo: Un chef va a preparar una ensalada de verduras con tomate, zanahoria, papa y brócoli. ¿De cuántas formas se puede preparar la ensalada usando solo 2 de los 4 ingredientes?

Solución: En este caso, no importa el orden en que se tomen los ingredientes para la ensalada, pues da igual si es una ensalada de tomate con zanahoria, que una ensalada de zanahoria con tomate, ya que al final, el chef mezclará los dos ingredientes.

Un arreglo podría ser zanahoria y tomate, otro arreglo podría ser tomate y papa, otro arreglo podría ser papa y brócoli. El problema nos indica que solo se pueden usar 2 ingredientes en la ensalada. En este caso, $m = 4$ y $n = 2$. El número total de arreglos o formas lo calculamos con la fórmula:

$$C(4,2) = \frac{4!}{(4-2)!2!}$$

$$C(4,2) = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2! \times 2!}$$

$$C(4,2) = \frac{24}{2 \times 2} = \frac{24}{4} = 6$$

Son 6 formas diferentes de seleccionar 2 de los 4 ingredientes para la pizza.

ACTIVIDADES (Secuencia de actividades a desarrollar por el estudiante)

ACTIVIDAD 1: VARIABLES ESTADÍSTICAS BIDIMENSIONALES

1. El entrenador de baloncesto aplicó una encuesta a todos los deportistas de la escuela de formación deportiva. Los resultados se muestran a continuación.

Escriba los totales en las tablas que registraron los resultados de la encuesta de la escuela de formación deportiva.

a)

Sexo		6 años y 7 años	8 años y 9 años	10 años y 11 años	12 años y 13 años	Total
	Niños	23	20	25	23	
	Niñas	16	21	20	25	
	Total					

b)

Bebida		6 años y 7 años	8 años y 9 años	10 años y 11 años	12 años y 13 años	Total
	Agua	9	14	21	19	
	Jugo natural	13	12	3	0	
	Rehidratantes	0	2	5	14	
	Jugo artificial	17	13	16	15	
	Total					

Responda las siguientes preguntas.

- a. ¿De qué tipo son estas variables estudiadas? Clasifique cada una.
- b. ¿Cuántos deportistas tienen 10 y 11 años?
- c. ¿Cuántos deportistas tienen 6 y 7 años?
- d. ¿Cuántos deportistas de entre 8 y 9 años prefieren las bebidas rehidratantes?

2. Responda las siguientes preguntas.

- a. Teniendo en cuenta la variable “sexo”, ¿cuántas niñas están en la escuela de formación deportiva?
- b. En total, ¿cuántos deportistas, entre niños y niñas están en la escuela de formación deportiva?
- c. ¿Cuál es la bebida que menos consumen los deportistas de la escuela de formación deportiva? ¿Cuántos deportistas la consumen?

ACTIVIDAD 2: TÉCNICAS DE CONTEO

1. Formula una situación que se pueda representar con el siguiente diagrama de árbol.



Para cada uno de los siguientes puntos, muestre los procedimientos y operaciones que le permiten obtener la respuesta correcta:

1. Un restaurante ofrece 3 tipos de sopa, 6 platos fuertes y 4 postres. ¿Cuántas comidas diferentes de tres tiempos (sopa, plato fuerte, postre) se pueden pedir?

A. 18 B. 72 C. 13 D. 24

2. Una encuesta requiere que una persona elija 1 de 3 colores y 1 de 5 números. ¿Cuántas respuestas diferentes se pueden dar?

A. 5 B. 3 C. 15 D. 8

3. En un estante se van a colocar 6 libros diferentes. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar estos libros?

A. 720 B. 120 C. 21 D. 36

4. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden seleccionar un presidente, un vicepresidente y un tesorero de un grupo de 10 personas?

A. 600 B. 120 C. 1000 D. 720

5. En una carrera de 8 caballos, ¿de cuántas formas diferentes pueden llegar en primer, segundo y tercer lugar?

A. 40320 B. 24 C. 336 D. 56

6. Se desea seleccionar a 4 personas de un grupo de 10, para diseñar una cartelera. El número de formas distintas para hacerlo es.

A. $C(10, 4) = \frac{10!}{4!(10-4)!}$ B. $C(10, 4) = \frac{10!}{10!(4)!}$ C. $P(10, 4) = \frac{10!}{(10-4)!}$

RECURSOS – INSUMOS – MATERIALES

RECURSOS DIGITALES DE APOYO EN LAS EXPLICACIONES

Tablas de doble entrada, interpretación y construcción:

<https://www.youtube.com/watch?v=7PwcEpGmK08>

Diagrama de árbol:

<https://www.youtube.com/watch?v=zCJErgDc1iQ>

Principio multiplicativo:

<https://www.youtube.com/watch?v=nz0dpuQP5xc&t=611s>

Principio multiplicativo y diagrama de árbol.

<https://www.youtube.com/watch?v=nz0dpuQP5xc&t=695s>

<https://www.youtube.com/watch?v=zCJErgDc1iQ>

Permutaciones.

<https://www.youtube.com/watch?v=1t8z1otLHWg>

<https://www.youtube.com/watch?v=v76LNyelgzo>

<https://www.youtube.com/watch?v=dRN15Or4o00&t=882s>

Variaciones.

<https://www.youtube.com/watch?v=h4lfRXoVcpo&t=654s>

Combinaciones.

<https://www.youtube.com/watch?v=MNrWZX-9RxU>

<https://www.youtube.com/watch?v=l3GuNwNTpDc>

OBSERVACIONES:

- Se considera un punto bueno cuando tiene el proceso y las operaciones aritméticas necesarias, además del resultado correcto.
- En la sustentación, el estudiante deberá demostrar a través de ejercicios similares a los del presente taller, la comprensión de los diferentes conceptos aritméticos vistos durante el periodo, así como las operaciones y procesos necesarios para determinar los diferentes cálculos.
- En la sustentación no pueden sacar calculadora ni tablas, éstas se las deben de aprender.
- La sustentación tendrá cinco puntos, deben hacer mínimo tres buenos con operaciones incluidas para ganarla.
- Sin taller no pueden presentar sustentación, queda el plan de apoyo automáticamente reprobado.

FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO

NOVIEMBRE 18 DE 2025

FECHA DE SUSTENTACIÓN

NOVIEMBRE 18, 19 Y 20 DE 2025

NOMBRE DEL EDUCADOR

Diana Marcela Callejas Patiño

FIRMA DEL EDUCADOR

Diana Callejas