



## Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017  
DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

<b>ASIGNATURA/AREA:</b> Trigonometría	<b>FECHA:</b> Noviembre de 2024
<b>PERIODO:</b> 3 de 2024	<b>GRADO:</b> 10° (10°1 y 10°2)
<b>NOMBRE DEL DOCENTE:</b> Jaime Buelvas	
<b>NOMBRE DEL ESTUDIANTE:</b>	
<b>FECHA DE ENTREGA:</b> Noviembre 10 de 2024	<b>FECHA DE SUSTENTACIÓN:</b> Según horario organizado por coordinación.
<b>LOGROS:</b> Aplicaciones de las funciones trigonométricas , Gráficas y análisis de funciones trigonométricas	
<b>Recursos:</b> Hojas de bloc, lápiz, borrador, regla, lápices de colores, textos de matemáticas e internet.	

### PLAN DE APOYO

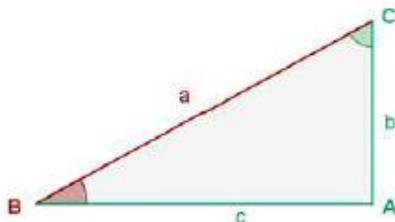
#### ACTIVIDADES

<b>OBSERVACIONES:</b>	
<b>FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO</b>	<b>FECHA DE SUSTENTACIÓN</b>
<b>NOMBRE DEL EDUCADOR</b> Jaime Buelvas	<b>FIRMA DEL EDUCADOR</b>

#### TEORÍA, EXPLICACIONES Y BIBLIOGRAFÍA

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Para establecer las razones trigonométricas, en cualquier triángulo rectángulo, es necesario conocer sus elementos:





# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

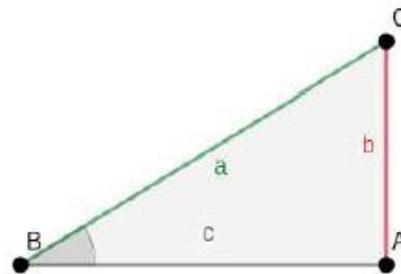
1. Los ángulos con vértice en **B** y **C** son agudos, el ángulo con vértice en **A** es recto.
2. Este triángulo se caracteriza por que el lado **a** es la **hipotenusa** y los lados **b** y **c** son los catetos.
3. De acuerdo al ángulo del triángulo se establecen dos catetos:
  - **Cateto adyacente** es aquel que forma parte del ángulo al cual se hace referencia.
  - **Cateto opuesto** es el lado que no forma parte del ángulo que se toma como referencia y se encuentra enfrente de este.

## Definición de las 6 razones trigonométricas:

### Seno

El seno del ángulo B es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa. Se denota por sen B.

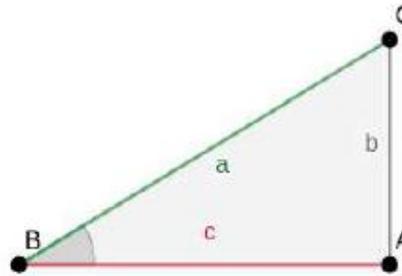
$$\text{sen } B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$



### Coseno

El coseno del ángulo B es la razón entre el cateto adyacente o contiguo al ángulo y la hipotenusa. Se denota por cos B.

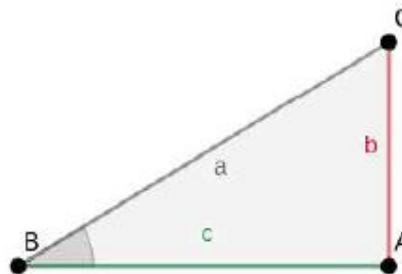
$$\text{cos } B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$



### Tangente

La tangente del ángulo B es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto adyacente al ángulo. Se denota por tan B o tg B.

$$\text{tan } B = \frac{\text{sen } B}{\text{cos } B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$



Las demás funciones trigonométricas Cotangente, Secante y cosecante son inversas a las tres primeras

*Calculemos las Razones trigonométricas.*



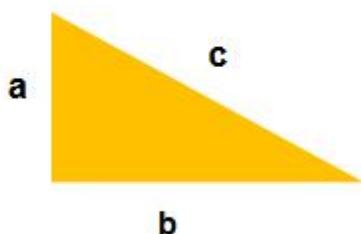
## Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

Para los dos lados conocidos, determina la medida del tercer lado si el triángulo es un triángulo rectángulo. Luego calcule las razones trigonométricas

$$a = 13 \text{ y } b = 5$$



### Solución:

Necesitamos ver si estos valores cumplirán  $a^2 + b^2 = c^2$ . Si es así, entonces se forma un triángulo rectángulo. Entonces:

$$c^2 = 13^2 + 5^2$$

$$c^2 = 169 + 25$$

$$c^2 = 194$$

$$c = \sqrt{194}$$

$$c = 13,92$$

Calculamos las Razones trigonométricas.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{5}{13,92} = 0,35$$

$$\text{cotg } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{13}{5} = 2,6$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{13}{13,92} = 0,93$$

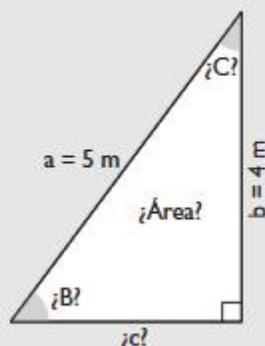
$$\text{sec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{13,92}{13} = 1,07$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{5}{13} = 0,38$$

$$\text{cosec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{13,92}{5} = 2,78$$

En un triángulo rectángulo se conocen la hipotenusa  $a = 5 \text{ m}$  y un cateto  $b = 4 \text{ m}$ . Calcula los demás elementos.

### Solución:



Datos	Incógnitas	Fórmulas	Resolución
$a = 5 \text{ m}$ $b = 4 \text{ m}$	$c$	$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2}$	$c = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ m}$
	$B$	$\text{sen } B = \frac{b}{a}$	$\text{sen } B = \frac{4}{5} \Rightarrow B = 53^\circ 7' 48''$
	$C$	$C = 90^\circ - B$	$C = 36^\circ 52' 12''$
	Área	$\text{Área} = \frac{1}{2} b \cdot c$	$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ m}^2$



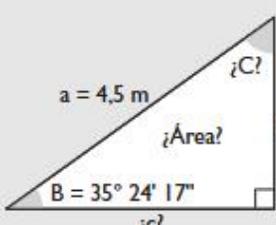
# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

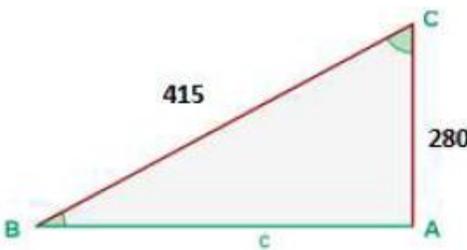
En un triángulo rectángulo se conocen la hipotenusa  $a = 4,5$  m y el ángulo  $B = 35^\circ 24' 17''$ . Calcula los demás elementos.

Solución:

Datos	Incógnitas	Fórmulas	Resolución
 <p><math>a = 4,5</math> m <math>B = 35^\circ 24' 17''</math></p>	C	$C = 90^\circ - B$	$C = 54^\circ 35' 43''$
	b	$\text{sen } B = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \text{ sen } B$	$b = 4,5 \text{ sen } 35^\circ 24' 17'' = 2,61$ m
	c	$\text{cos } B = \frac{c}{a} \Rightarrow c = a \text{ cos } B$	$c = 4,5 \text{ cos } 35^\circ 24' 17'' = 3,67$ m
	Área	$\text{Área} = \frac{1}{2} b \cdot c$	$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 2,61 \cdot 3,67 = 4,79$ m <sup>2</sup>

Ejercicios resueltos

- De un triángulo rectángulo ABC, se conocen:  $a = 415$  m y  $b = 280$  m. Resolver el triángulo (Es decir determinar todos los valores que hacen falta)



$$\text{Sen } B = \frac{280}{415} = 0,6747$$

$$B = \text{arcSen}(0,6747)$$

$$B = 42^\circ$$

$$C = 90^\circ - 42^\circ$$

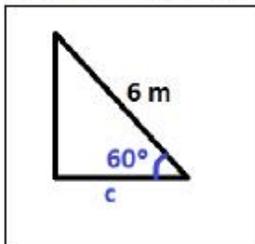
$$C = 48^\circ$$

$$\text{Cos } B = \frac{c}{415}$$

$$c = 415 \cdot \text{Cos } 42^\circ$$

$$c = 308$$

- Calcular el lado c del siguiente triángulo:



$$\text{cos } \hat{B} = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

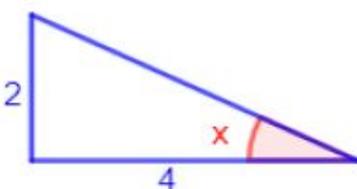
$$\text{cos } 60 = \frac{c}{6}$$

$$c = \text{cos } 60 \cdot 6$$

$$c = 0,5 \cdot 6$$

$$c = 3 \text{ m}$$

- Calcular el valor de x en la figura utilizando las razones trigonométricas:



Como conocemos el lado opuesto y el contiguo al ángulo, utilizamos la tangente:

$$\text{tan}(\alpha) = \frac{\text{opuesto}}{\text{contiguo}}$$

$$\text{tan}(x) = \frac{2}{4} = 0,5$$

Despejamos la incógnita:

$$x = \text{arctan}(0,5) = 26,565^\circ$$

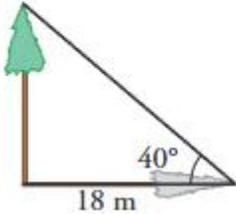
Por tanto, el ángulo mide, aproximadamente,  $26,565^\circ$ .



**Institución Educativa Juan XXIII**  
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

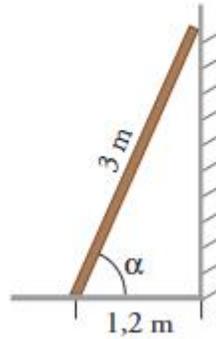
Cuando los rayos del sol forman  $40^\circ$  con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?



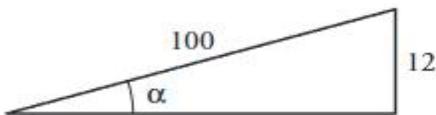
$$\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{x}{18} \rightarrow x = 15,1 \text{ m mide el árbol.}$$

Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared?

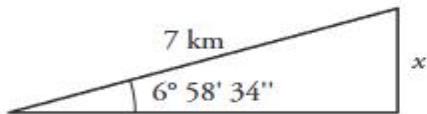
$$\cos \alpha = \frac{1,2}{3} = 0,4 \rightarrow \alpha = 66^\circ 25' 19''$$



Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿Qué ángulo forma ese tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km por esa carretera?



$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{12}{100} = 0,12 \rightarrow \alpha = 6^\circ 53' 32''$$



$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{x}{7} \rightarrow x = 0,12 \cdot 7 = 0,84 \text{ km} = 840 \text{ m}$$

Problemas resueltos

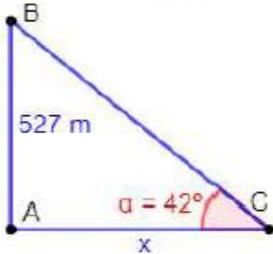


# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

1. Desde un supermercado se observa el ático de un rascacielos de 527 metros de altura bajo un ángulo de  $42^\circ$ . Calcular la distancia que hay desde el supermercado hasta la puerta del rascacielos.



Datos:

- C es el supermercado
- B es el ático del edificio
- A es la base del edificio donde se halla la puerta del mismo
- x es la distancia a calcular
- La distancia x es el cateto contiguo al ángulo  $\alpha$ .

Como conocemos el ángulo y su lado opuesto, usamos la tangente:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{opuesto}}{\text{contiguo}}$$

$$\tan(42^\circ) = \frac{527}{x}$$

Despejamos la incógnita:

$$x = \frac{527}{\tan(42^\circ)} = 585.293$$

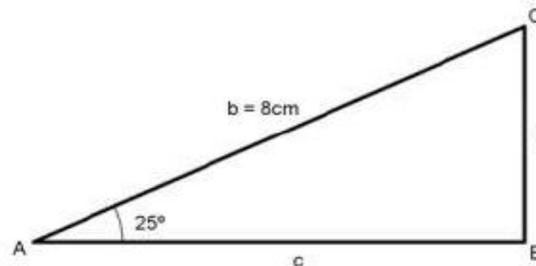
Por tanto, la distancia del supermercado al rascacielos es de, aproximadamente, 585.293 metros.

En un triángulo rectángulo se sabe que la hipotenusa mide 8 cm y que uno de sus ángulos es de  $25^\circ$ . Calcula los dos catetos y el ángulo que falta.

$$\sin 25^\circ = \frac{a}{8} \Rightarrow a = 8 \cdot \sin 25^\circ = 3'38 \text{ cm}$$

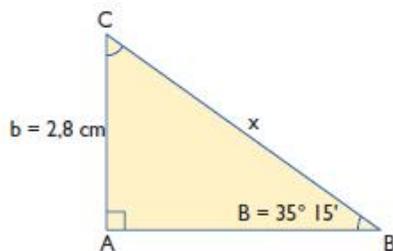
$$\cos 25^\circ = \frac{c}{8} \Rightarrow c = 8 \cdot \cos 25^\circ = 7'25 \text{ cm}$$

Otra manera de calcular "c" es por el T<sup>a</sup> de Pitágoras:



$$b^2 = a^2 + c^2 \quad 8^2 = 3'38^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{8^2 - 3'38^2} = 7'25 \text{ cm}$$

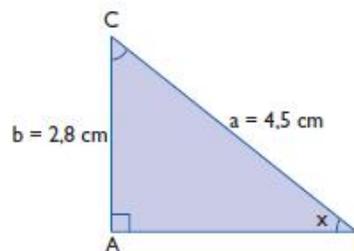
El ángulo que falta es  $C = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$



Solución:

$$\text{sen } 35^\circ 15' = \frac{2,8}{x}$$

$$x = \frac{2,8}{\text{sen } 35^\circ 15'} = 4,85 \text{ cm}$$



Solución:

$$\text{sen } x = \frac{2,8}{4,5}$$

$$x = 38^\circ 28' 43''$$



# Institución Educativa Juan XXIII

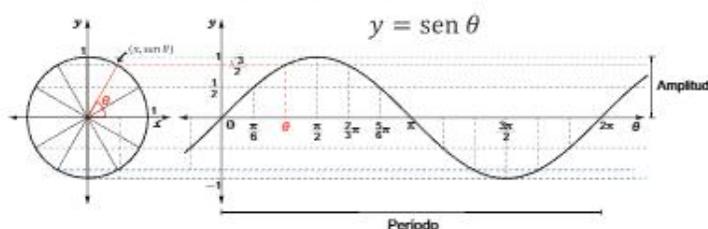
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

## : Gráfica y propiedades de la función $y = \text{sen } \theta$

$y = \text{sen } \theta$

$\theta$	$-90^\circ$	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$450^\circ$
en radianes	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	$\frac{5\pi}{2}$
$y = \text{sen } \theta$	-1	0	1	0	-1	0	1



Curva senoidal

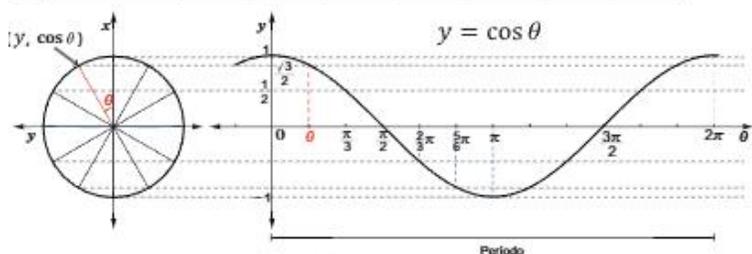
### Propiedades

- Período:  $2\pi$
- Rango:  $-1 \leq y \leq 1$
- La amplitud es 1

## : Gráfica y propiedades de la función $y = \text{cos } \theta$

$y = \text{cos } \theta$

$\theta$	$-90^\circ$	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$
en radianes	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	$\frac{5\pi}{2}$
$y = \text{cos } \theta$	0	1	0	-1	0	1	0



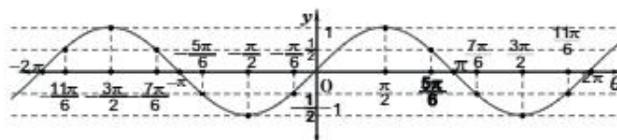
Curva cosenoidal

### Propiedades

- Período:  $2\pi$
- Rango:  $-1 \leq y \leq 1$
- La amplitud es 1

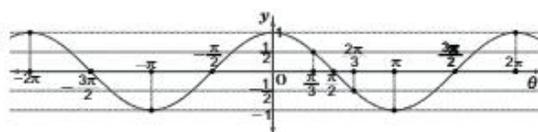
a) Indique los valores correspondientes a los espacios en blanco en el trozo del gráfico de  $y = \text{sen } \theta$  que se muestra a continuación.

b) Complete la gráfica de  $y = \text{sen } \theta$  para  $-2\pi \leq \theta \leq 0$ .



a) Indique los valores correspondientes a los espacios en blanco en el trozo de la gráfica de  $y = \text{cos } \theta$  que se muestra a continuación.

b) Complete la gráfica de  $y = \text{cos } \theta$  para  $-2\pi \leq \theta \leq 0$ .



## EJERCICIOS O TALLER

Este taller representa la forma como se evaluará o sustentará el plan de apoyo.

**INDICACIONES:** Este taller no es para entregar, sino que es un mecanismo de estudio

Cada estudiante en supervisión del acudiente o padre de familia de ponerse al día con las actividades realizadas en clases y las diversas consultas y tareas planteadas, ponerse al día con el cuaderno con todas las actividades desarrolladas a la fecha

Estudiar las competencias desarrolladas con los temas:

Funciones trigonométricas, graficación de las seis funciones trigonométricas, Resolución de triángulos

Dirección: calle 49 # 96 A - 11    Teléfonos: 446 11 00 – 446 90 10

E-mail: rectoriaie@gmail.com



# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

rectángulos, Problemas de aplicación, hallar el ángulo conocidos dos lados de un triángulo rectángulo, Hallar un lado de un triángulo rectángulo conocidos un lado y un ángulo, aplicación del teorema de Pitágoras y el teorema de ángulos interiores

Corregir, estudiar y analizar la evaluación de periodo y las actividades evaluadas en clase

Presentar la evaluación de plan de apoyo en la fecha programada por la Institución, la calificación sacada en la evaluación es la nota que quedará como definitiva del periodo como plan de apoyo

Se insta a la familia a hacer el acompañamiento respectivo para que el estudiante alcance los desempeños del área

Taller

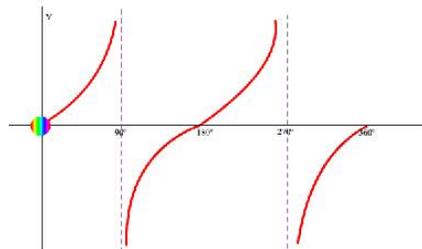
1. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54 grados. Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo.



La altura de la iglesia se puede escribir como:

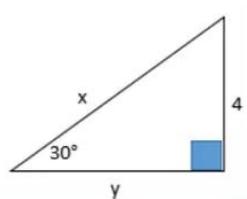
- a)  $h = 300 \text{ pies} \cdot \tan 60^\circ$
- b)  $h = \sin 60^\circ \cdot 300 \text{ pies}$
- c)  $h = (\sin 60^\circ) / (300 \text{ pies})$
- d)  $h = (\tan 60^\circ) / (300 \text{ pies})$

2.



3. El nombre de esta función es:

- A) Secante      B) Coseno      C) Tangente      D) Seno



4. Para hallar el valor de X, en el triángulo, se requiere del

- A) coseno
- B) tangente
- C) cotangente
- D) seno

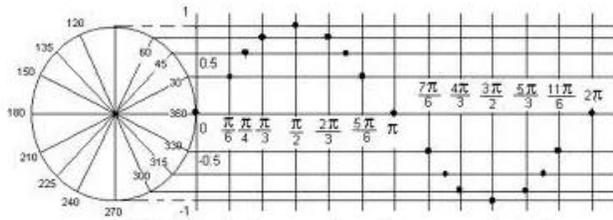
5. En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcula la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.



**Institución Educativa Juan XXIII**  
**Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012**  
**Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017**

**DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1**

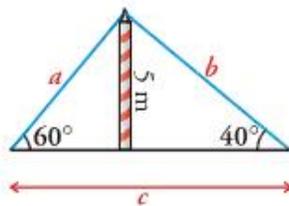
6. Los puntos representan la gráfica de la función seno entre 0 a  $2\pi$ , teniendo como base esta información responda la pregunta.



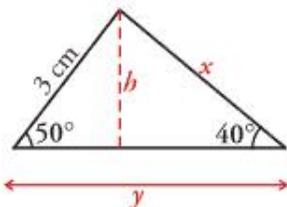
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) Entre  $\pi/2$  y  $\pi$  la gráfica de la función seno es creciente
- b) Entre  $3\pi/2$  y  $2\pi$  la función seno es creciente
- c) Entre  $\pi$  y  $3\pi/2$  la gráfica de la función seno es creciente
- d) Entre 0 y  $\pi/2$  la gráfica de la función seno es decreciente

7. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: Halla el valor de  $c$  y la longitud del cable.



8. Halla los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $h$  en el siguiente triángulo:

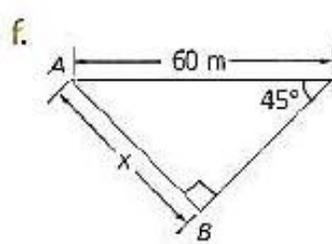
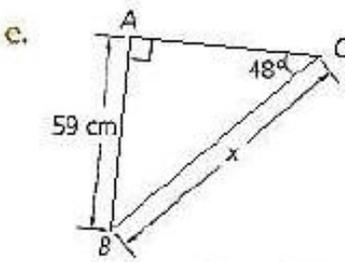
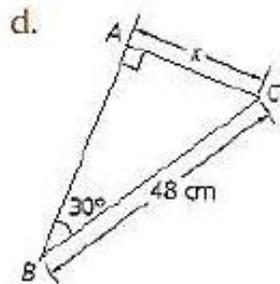
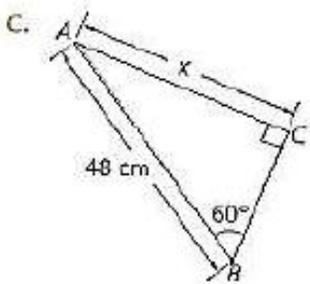
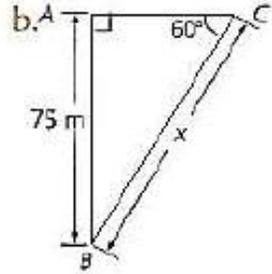
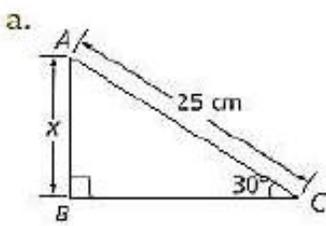


9. En cada triángulo halla la medida desconocida aplicando las funciones trigonométricas



**Institución Educativa Juan XXIII**  
 Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
 Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1



Determine los valores  $\text{sen } \theta$ ,  $\text{cos } \theta$  y  $\text{tan } \theta$  para los valores de  $\theta$ :

a)  $135^\circ$

$\text{sen } \theta =$

$\text{cos } \theta =$

$\text{tan } \theta =$

b)  $90^\circ$

$\text{sen } \theta =$

$\text{cos } \theta =$

$\text{tan } \theta =$

**Bibliografía y recursos digitales**

<https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg>

<https://www.youtube.com/watch?v=ZRLaVT8E3Zs>

[https://www.youtube.com/watch?v=d6JarJvFZSQ&list=PL1f-\\_CMFqMWuuKDIFKn8bjFHHpJKyIWB4](https://www.youtube.com/watch?v=d6JarJvFZSQ&list=PL1f-_CMFqMWuuKDIFKn8bjFHHpJKyIWB4)

<https://www.youtube.com/watch?v=Bq9TPe9dRqY>

<https://www.youtube.com/shorts/t4QLeUTERUc>

[https://www.youtube.com/watch?v=D8\\_VzxGvOuE](https://www.youtube.com/watch?v=D8_VzxGvOuE)