



Institución Educativa Juan XXIII
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017
DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

PLAN DE APOYO

ASIGNATURA/AREA: trigonometría	FECHA: Agosto de 2024
PERIODO: 2 de 2024	GRADO: 10° (10°1, 10°2)
NOMBRE DEL DOCENTE: Jaime Buelvas	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: Agosto 26 de 2024	FECHA DE SUSTENTACIÓN: Según horario organizado por coordinación.
LOGROS: Operaciones y aplicaciones de ángulos Sistema sexagesimal Funciones trigonométricas	
Recursos: Hojas de bloc, lápiz, borrador, regla, lápices de colores, textos de matemáticas e internet.	

ACTIVIDADES

OBSERVACIONES:	
FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO	FECHA DE SUSTENTACIÓN
NOMBRE DEL EDUCADOR <i>Jaime Buelvas</i>	FIRMA DEL EDUCADOR

TEORÍA, EXPLICACIONES Y BIBLIOGRAFÍA

¿Qué es un ángulo Trigonométrico? Es aquel ángulo generado por la rotación de un rayo alrededor de un punto fijo llamado vértice, desde una posición inicial hasta una posición final y en un sentido determinado.

Al representar dos semirrectas con el mismo origen se determinan dos regiones en el plano. Cada una de estas regiones es un **ángulo**.

Medir un ángulo

Para medir la amplitud de un ángulo se utiliza un arco de circunferencia con centro en el origen de las semirrectas. La medida de un ángulo será la medida de ese recorrido.

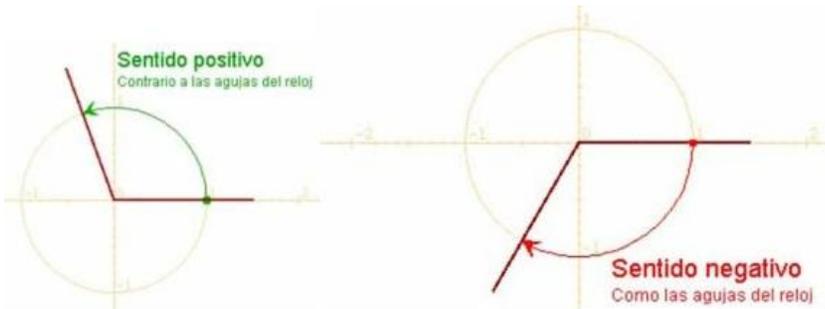
Si se mide un ángulo en sentido contrario al sentido de giro de las agujas del reloj, se considera **positivo**. Si se mide en el sentido de giro de las agujas del reloj, se considera **negativo**.



Institución Educativa Juan XXIII

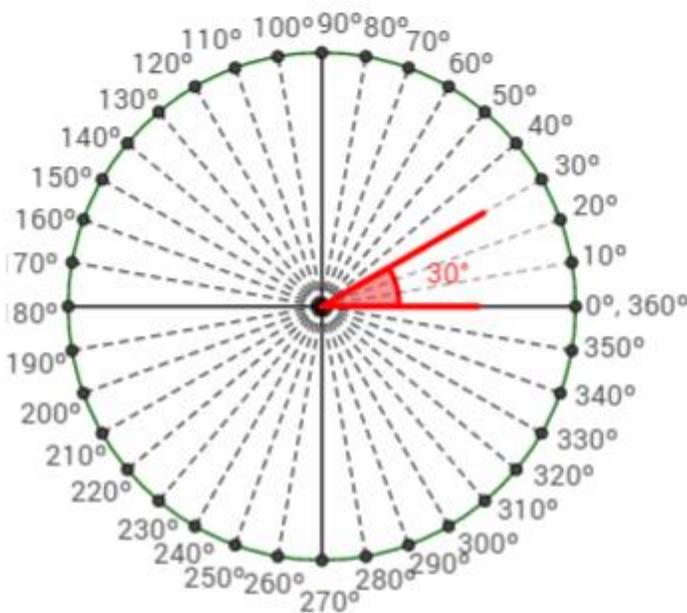
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1



Grado sexagesimal.

- Un **grado sexagesimal** es cada uno de los ángulos que se obtienen al dividir la circunferencia en **360 partes iguales**.



- Se representa por » ° «.
- Una circunferencia tiene por tanto 360°, media circunferencia tiene 180° y un cuarto de circunferencia tiene 90°.
- Un grado sexagesimal se divide en 60 minutos ($1^\circ=60'$). Un minuto se divide en 60 segundos ($1'=60''$).
- Por lo tanto, un ángulo que mide en grados, minutos y segundos.
- se representa por: $g^\circ m' s''$.



Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

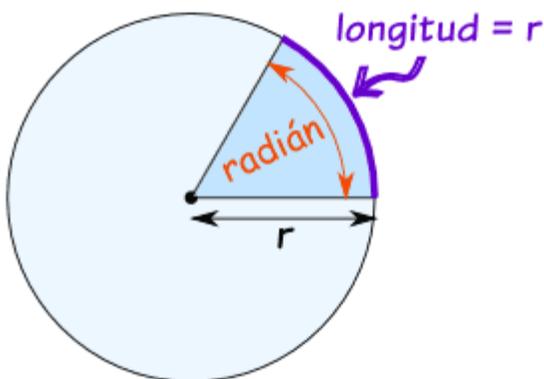
DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1



Por ejemplo: $24^{\circ} 47' 18''$

Sistema circular o radián

- El **radián** es el ángulo cuyo recorrido en la circunferencia es **igual al radio**.



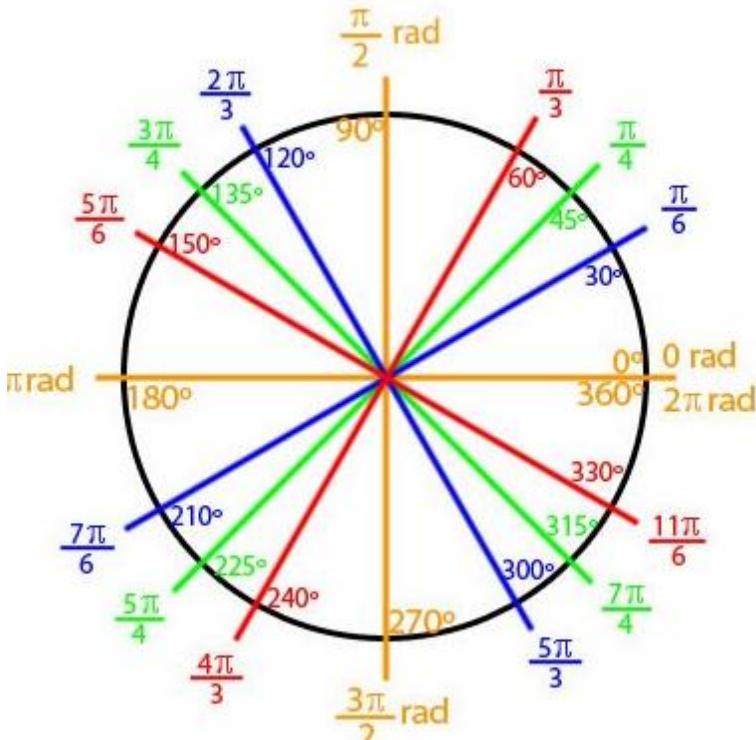
El ángulo llano mide π Radianes, o sea: 180° . (media vuelta al círculo)

El ángulo recto mide $\pi/2$ Radianes, es decir: 90° .

Por lo tanto la medida de **toda la circunferencia** es $2 \cdot \pi \cdot \text{radio}$, es decir, 360° .



DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1



SUMA DE ÁNGULOS

Para sumar los ángulos \hat{a} y \hat{b} , cuyas medidas son $\hat{a} = 34^\circ 13' 54''$ y $\hat{b} = 18^\circ 40' 27''$, se realizan los siguientes pasos:

- 1.º Se colocan las medidas de los ángulos una debajo de otra, de modo que coincidan en cada columna las unidades del mismo nombre.
- 2.º Se suma cada columna por separado.
- 3.º Como el número de segundos (81) es mayor que 60, se pasan 81" a minutos (81" = 1' 21").
- 4.º Se suman los minutos (53' + 1' = 54').
- 5.º Como el número de minutos (54) es menor que 60, la suma está terminada.

$$\begin{array}{r} 34^\circ 13' 54'' \\ + 18^\circ 40' 27'' \\ \hline 52^\circ 53' 81'' \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 52^\circ 53' 81'' \\ \quad \swarrow \searrow \\ \quad 1' 21'' \\ \hline \end{array}$$

Ángulo suma \rightarrow $52^\circ 54' 21''$



Calcula.

$$42^\circ 13' 20'' + 17^\circ 56' 31''$$

$$\begin{array}{r} 42^\circ 13' 20'' \\ + 17^\circ 56' 31'' \\ \hline 59^\circ 69' 51'' \end{array}$$

RESTA DE ÁNGULOS

Para restar los ángulos \hat{a} y \hat{b} , cuyas medidas son $\hat{a} = 38^\circ 13' 41''$ y $\hat{b} = 25^\circ 47' 6''$, se realizan los siguientes pasos:

1.° Se colocan las medidas de los ángulos una debajo de otra, de modo que coincidan en cada columna las unidades del mismo nombre.

$$\begin{array}{r} 38^\circ 13' 41'' \\ - 25^\circ 47' 6'' \\ \hline 35'' \end{array}$$

2.° Se restan los segundos.

3.° Como a $13'$ no se pueden restar $47'$, se convierte un grado en minutos ($38^\circ = 37^\circ 60'$; $13' + 60' = 73'$) y después se restan los minutos ($73' - 47' = 26'$).

$$\begin{array}{r} \textcircled{37^\circ} \textcircled{73'} \\ \cancel{38^\circ} \cancel{13'} 41'' \\ - 25^\circ 47' 6'' \\ \hline \end{array}$$

4.° Se restan los grados ($37^\circ - 25^\circ = 12^\circ$).

Ángulo resta

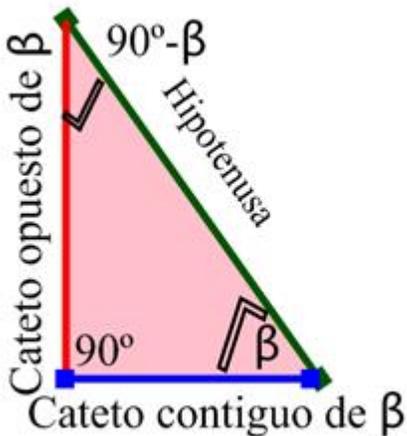
$$12^\circ 26' 35''$$



Institución Educativa Juan XXIII
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS



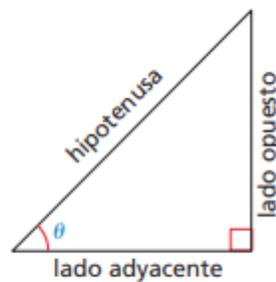
Pregunta esencial ¿Cómo puedes hallar una función trigonométrica de un ángulo agudo de θ ?

Considera uno de los ángulos agudos θ de un triángulo rectángulo. Las razones de las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo se usan para definir las seis *funciones trigonométricas*, tal como se muestra.

Seno $\text{sen } \theta = \frac{\text{op.}}{\text{hip.}}$ **Coseno** $\text{cos } \theta = \frac{\text{ady.}}{\text{hip.}}$

Tangente $\text{tan } \theta = \frac{\text{op.}}{\text{ady.}}$ **Cotangente** $\text{cot } \theta = \frac{\text{ady.}}{\text{op.}}$

Secante $\text{sec } \theta = \frac{\text{hip.}}{\text{ady.}}$ **Cosecante** $\text{csc } \theta = \frac{\text{hip.}}{\text{op.}}$





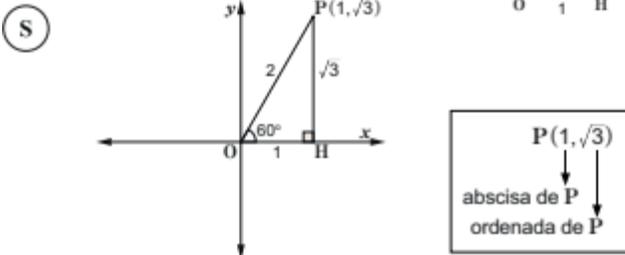
Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

Funciones trigonométricas para un ángulo cualquiera

P Dibuje en el plano cartesiano, el triángulo considerando a O como el origen. Relacione los valores de $\text{sen } 60^\circ$, $\text{cos } 60^\circ$ y $\text{tan } 60^\circ$ con las coordenadas de P .



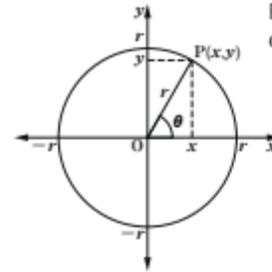
$OH = 1$ y $PH = \sqrt{3}$. Las coordenadas de P son $(1, \sqrt{3})$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\text{ordenada de } P}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos } 60^\circ = \frac{\text{abscisa de } P}{OP} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tan } 60^\circ = \frac{\text{ordenada de } P}{\text{abscisa de } P} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

C Funciones Trigonómicas del ángulo θ



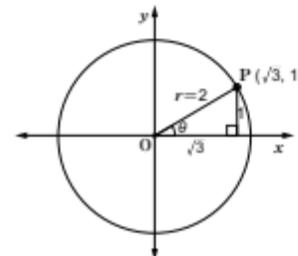
$$\text{sen } \theta = \frac{y}{r}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{x}{r}$$

$$\text{tan } \theta = \frac{y}{x}$$

E Trace el lado terminal \overline{OP} para el ángulo θ y exprese los valores de $\text{sen } \theta$, $\text{cos } \theta$ y $\text{tan } \theta$ considerando:

a) $P(\sqrt{3}, 1)$ y $r = 2$



$$\text{sen } \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

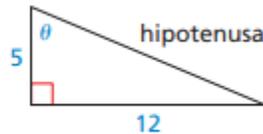
$$\text{tan } \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

EJEMPLO Evaluar las funciones trigonométricas

Evalúa las seis funciones trigonométricas del ángulo θ .

SOLUCIÓN

Según el teorema de Pitágoras, la longitud de la hipotenusa es



$$\begin{aligned} \text{hip.} &= \sqrt{5^2 + 12^2} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13. \end{aligned}$$

Usando $\text{ady.} = 5$, $\text{op.} = 12$ e $\text{hip.} = 13$, los valores de las seis funciones trigonométricas de θ son:

$$\begin{aligned} \text{sen } \theta &= \frac{\text{op.}}{\text{hip.}} = \frac{12}{13} & \text{cos } \theta &= \frac{\text{ady.}}{\text{hip.}} = \frac{5}{13} & \text{tan } \theta &= \frac{\text{op.}}{\text{ady.}} = \frac{12}{5} \\ \text{csc } \theta &= \frac{\text{hip.}}{\text{op.}} = \frac{13}{12} & \text{sec } \theta &= \frac{\text{hip.}}{\text{ady.}} = \frac{13}{5} & \text{cot } \theta &= \frac{\text{ady.}}{\text{op.}} = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

EJERCICIOS O TALLER PARA ESTUDIAR

INDICACIONES

El siguiente taller es un mecanismo de estudio, la evaluación para recuperar el segundo periodo se sacará con ejercicios parecidos a este taller



Institución Educativa Juan XXIII
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

Este taller NO se entrega, la recuperación es una evaluación, por lo tanto la familia debe verificar que el estudiante realmente estudie a conciencia

Cada estudiante en supervisión del acudiente o padre de familia de ponerse al día con las actividades realizadas en clases y las diversas consultas y tareas planteadas, ponerse al día con el cuaderno con todas las actividades desarrolladas a la fecha

Estudiar las competencias desarrolladas con los temas estudiados en el periodo:

Corregir, estudiar y analizar la evaluación de periodo y las actividades evaluadas en clase

Presentar la evaluación de plan de apoyo en la fecha programada por la Institución, la calificación sacada en la evaluación es la nota que quedará como definitiva del periodo como plan de apoyo

Se insta a la familia a hacer el acompañamiento respectivo para que el estudiante alcance los desempeños del área

Taller para prepararse para la evaluación
NO es para entregar

Realice las siguientes operaciones

1. $38^{\circ} 40' 53'' + 12^{\circ} 5' 27''$

2. $30^{\circ} 42' 29'' + 7^{\circ} 35' 41''$

3. $25^{\circ} 18' 36'' + 41^{\circ} 23' 17''$

4. $39^{\circ} 40' 28'' - 15^{\circ} 7' 26''$

5. $72^{\circ} 21' 16'' - 49^{\circ} 35' 50''$

6. $52^{\circ} 30' 23'' - 12^{\circ} 41' 29''$



Institución Educativa Juan XXIII
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

Realiza estas sumas y restas:

a) $60^{\circ} 41' 30''$
 $+ 47^{\circ} 47' 47''$

c) $85^{\circ} 14' 59''$
 $+ 16^{\circ} 7' 18''$

e) $55^{\circ} 45' 35''$
 $+ 32^{\circ} 22' 12''$

b) $37^{\circ} 46' 32''$
 $- 20^{\circ} 21' 22''$

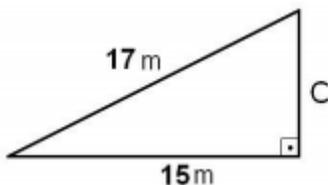
d) $137^{\circ} 32' 11''$
 $- 69^{\circ} 17' 40''$

f) $24^{\circ} 18' 27''$
 $- 8^{\circ} 30' 6''$

7.
8.

Preguntas sobre el teorema de Pitágoras

- 1.- El teorema de Pitágoras se aplica en un triángulo
a) acutángulo b) obtusángulo c) rectángulo d) obtusángulo
- 2.- El triángulo rectángulo
a) Es el triángulo que tiene un ángulo recto b) Es el triángulo que tiene un ángulo recto
c) Es el triángulo que tiene un ángulo agudo d) Es el triángulo que tiene todos los lados iguales
- 3.- Los lados de un triángulo rectángulo se llaman: a) rectas y diagonal b) catetos y segmentos c) Hipotenusa y diagonal d) hipotenusa y catetos
- 4.-La hipotenusa es el: a) ángulo recto b) lado menor del triángulo
c) lado que forman los catetos d) lado mayor del triángulo
- 5.- La fórmula para encontrar uno de sus catetos es
 $\sqrt{c^2 - b^2}$ $\sqrt{c^2 + b^2}$
a) $a =$ b) $a =$
c) $a = \sqrt{b^2 - c^2}$ d) $a = \sqrt{a^2 b^2 - a^2 c^2}$
- 6.- Los catetos de un triángulo rectángulo son 5 y 12 ¿Cuánto mide la hipotenusa?
a) 12cm b) 9 cm c) 13 cm d) 14cm
- 7.-Encuentra el lado que falta

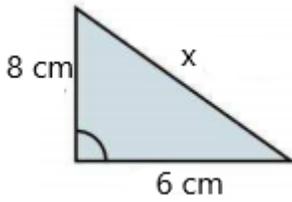


- a) 8 b) 12 c) 9 d) 13
- 8.- Encuentra el lado que falta



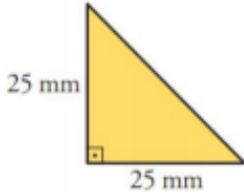
Institución Educativa Juan XXIII
 Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
 Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1



- a) 5,29 b) 6,9 c) 3,74 d) 10

¿Cuál es la medida de la hipotenusa

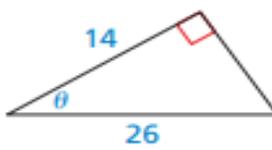
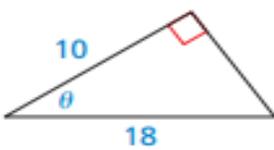
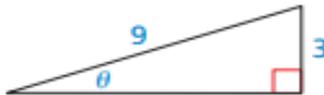
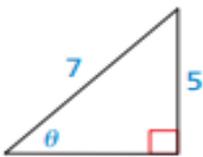
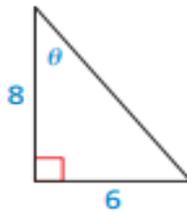
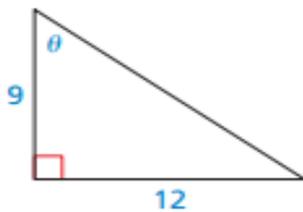


- a) 36,53 cm
 b) 35,63 cm
 c) 36,35 cm
 d) 35,35 cm

9.- En un triángulo isósceles y rectángulo los catetos miden 25 cm cada uno.

Aplicaciones de las funciones trigonométricas

10. A cada triángulo hallarle el lado faltante y las seis funciones trigonométricas



11. En cada triángulo hallar el ángulo

· $\text{sen } \theta = \frac{7}{11}$

· $\text{cos } \theta = \frac{5}{12}$

· $\text{tan } \theta = \frac{7}{6}$

· $\text{csc } \theta = \frac{15}{8}$

· $\text{sec } \theta = \frac{14}{9}$

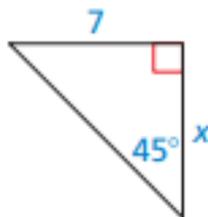
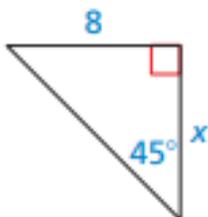
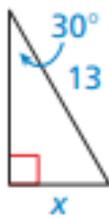
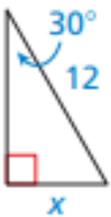
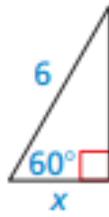
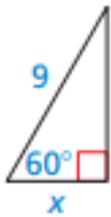
· $\text{cot } \theta = \frac{16}{11}$



Institución Educativa Juan XXIII
Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

12. en cada triángulo aplicar la función trigonométrica y hallar el lado señalado (x)



Bibliografía y recursos digitales

<https://programas.uniandes.edu.co/blog/funciones-trigonometricas>

<https://www.significados.com/funciones-trigonometricas/>

<https://www.youtube.com/watch?v=8zVW0U2jn8U>

<https://www.significados.com/funciones-trigonometricas/>

<https://www.youtube.com/watch?v=CRq5jQRj1Hq>

<https://www.youtube.com/watch?v=ntEv1MdNt2k>

<https://www.youtube.com/watch?v=EnBnRPXowFc>

Nota: Recordar que la recuperación es una evaluación sobre este taller, no debe entregarlos, sino resolverlo a conciencia para la evaluación