 COLEGIO BETHLEMITAS	PLAN DE REFUERZO						PERIODO: I
	Fecha:	Día	25	Mes	03	Año	
	META DE COMPRENSIÓN: La estudiante desarrolla comprensión acerca de las funciones como modelos que explican y predicen fenómenos, del concepto de función lineal, sus elementos y representación, además la forma de solucionar ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.						AREA: Matemáticas
	DOCENTE: Yeiler Cordoba Asprilla						ASIGNATURA: Algebra
NOMBRE ESTUDIANTE:						Nº	GRADO: 9º

1. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES: El siguiente plan de refuerzo contiene la ejercitación básica de los tópicos desarrollados durante el período. Se debe tener en cuenta para su realización las guías de desarrollo e informativa trabajadas, los apuntes de clase, las guías de control corregidas y los referentes bibliográficos que encontrará al final del plan. La metodología bajo la cual se desarrollará este consiste en el desarrollo guiado **-por el docente**. La participación en la jornada de retroalimentación y el desarrollo del plan de refuerzo equivale al 20% del porcentaje total de la nota de recuperación. (El estudiante debe presentarse a la retroalimentación con su respectivo plan de refuerzo impreso), la asistencia a dicha retroalimentación será de obligatorio cumplimiento para todos los estudiantes que hayan reprobado alguna de las asignaturas. *Si el estudiante no se presenta a la jornada de retroalimentación, se asume como juicio valorativo 1.0 y se deja constancia en el anecdotario en "Atención especializada". (SIEE Art 2, Nota 2)*

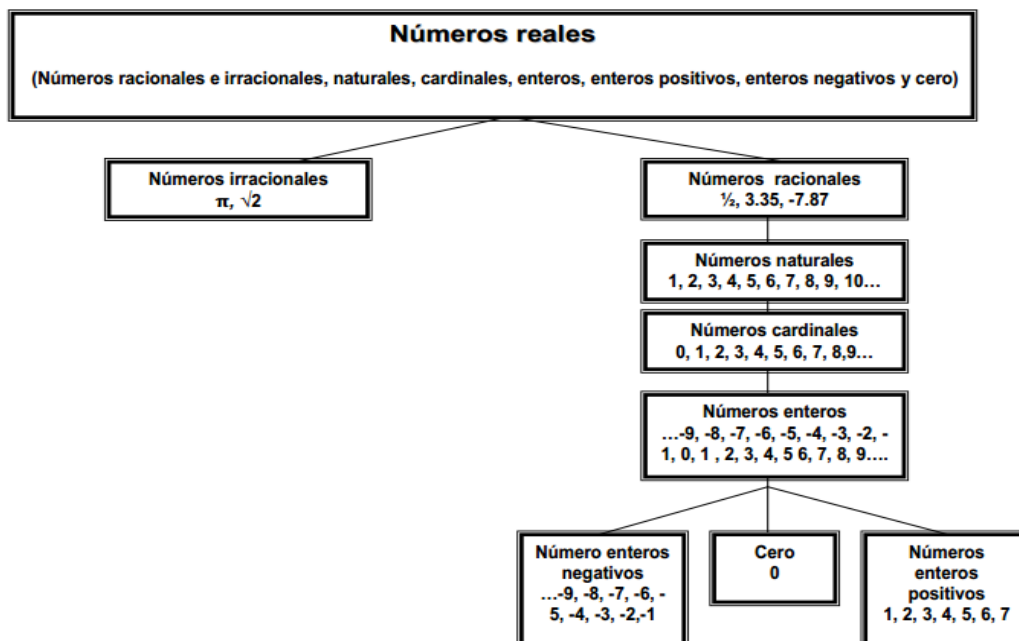
2. IDENTIFICACIÓN DE TÓPICOS

- * Números reales
- * Valor absoluto
- * Propiedades del valor absoluto
- * Ecuaciones con valor absoluto
- * Inecuaciones con valor absoluto
- * Funciones
- * Función lineal
- * Pendiente de la recta
- * Ecuación de la recta (punto – pendiente)
- * Modelación de funciones lineales.

3.3. DESARROLLO CONCEPTUAL

Números reales: Los números reales son el conjunto de números naturales, enteros racionales e irracionales.

- Los números naturales surgen de la necesidad de contar, de enumerar. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...
- Los números enteros consisten de los números naturales, sus opuestos y el cero....-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,...
- ✓ Número entero positivo es todo entero positivo mayor de cero. 1, 2, 3, 5, 347, 1, 702, 445...
- ✓ Número entero negativo es todo entero negativo menor que cero. -1, - 345, -57, -3,- 4,- 2,- 1,
- ✓ El cero representa el lugar de partida en alguna dirección. No es positivo ni negativo.
- Los números racionales representan partes de un todo, un cociente que ha sido dividido en partes iguales. $\frac{1}{8}$, 7.4, -2.35, 8, -25
- Los números irracionales son números que no pueden ser expresados como cociente de dos números enteros. 0.789, 3.1456, $\sqrt{2}$



VALOR ABSOLUTO: Valor absoluto de un número real a , se escribe $|a|$, es el mismo número a cuando es positivo o cero, y opuesto de a , si a es negativo.

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{si } a < 0 \\ a & \text{si } a \geq 0 \end{cases}$$

Ejemplo:

$$|5| = 5 \quad |-5| = 5 \quad |0| = 0$$

Propiedades del valor absoluto:

1. Los números opuestos tienen igual valor absoluto. $|a| = |-a|$

Ejemplo: $|5| = |-5| = 5$

2. El valor absoluto de un producto es igual al producto de los valores absolutos de los factores. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} |5 \cdot (-2)| &= |5| \cdot |(-2)| \\ |-10| &= |5| \cdot |2| \\ 10 &= 10 \end{aligned}$$

3. El valor absoluto de una suma es menor o igual que la suma de los valores absolutos de los sumandos. $|a + b| \leq |a| + |b|$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} |5 + (-2)| &\leq |5| + |(-2)| \\ |3| &= |5| + |2| \quad 3 \leq 7 \end{aligned}$$

Distancia: La distancia entre dos números reales a y b , que se escribe $d(a, b)$, se define como el valor absoluto de la diferencia de ambos números: $d(a, b) = |b - a|$

Ejemplo: La distancia entre -5 y 4 es:

$$d(-5, 4) = |4 - (-5)| = |4 + 5| = |9|$$

Ecuaciones con Valor Absoluto: El valor absoluto se define como la distancia que hay entre un número y su origen. En general, para resolver una ecuación con valor absoluto debemos buscar aquellos valores que satisfagan la expresión $|x| = k$ utilizando la siguiente información: $|x| = k$ es equivalente a: $x = k$ ó $x = -k$

Ejemplos:

1. Encuentre la solución para $|2x - 3| = x + 5$.

Caso 1: $2x - 3 = x + 5$

$$2x - x = 5 + 3$$

$$x = 8$$

Caso 2: $2x - 3 = -(x + 5)$

$$2x - 3 = -x - 5$$

$$2x + x = -5 + 3$$

$$3x = -2$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

2. Encuentre la solución para $\left|3x + \frac{1}{4}\right| = |x - 6|$

Caso 1: $3x + \frac{1}{4} = x - 6$

$$3x - x = -6 - \frac{1}{4}$$

$$2x = -\frac{25}{4}$$

$$x = -\frac{25}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{25}{8} = -3\frac{1}{8}$$

Caso 2: $3x + \frac{1}{4} = -x + 6$

$$3x + x = 6 - \frac{1}{4}$$

$$4x = \frac{23}{4}$$

$$x = \frac{23}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{23}{16} = 1\frac{7}{16}$$

Inecuaciones con valor absoluto:

Propiedad de Menor que: Si $|x| < a$, y a es positivo, entonces: $-a < x < a$

Propiedad de Mayor que: Si $|x| > a$, y a es positivo, entonces: $x < -a$ ó $x > a$

Observa que para poder aplicar la propiedad tienen que darse los dos supuestos:

El valor absoluto tiene que estar despejado.

El número a al otro lado de la desigualdad tiene que ser positivo.

Ejemplos:

1. Resuelve: $|x + 5| \leq 10$

$$-10 \leq x + 5 \leq 10$$

$$-10 - 5 \leq x \leq 10 - 5$$

$$-15 \leq x \leq 5$$

La solución gráfica sería:



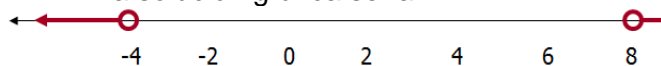
2. Resuelve: $|-3x + 6| > 18$

$$-3x + 6 < -18 \quad \text{ó} \quad -3x + 6 > 18$$

$$-3x < -24 \quad \quad -3x > 12$$

$$x > 8 \quad \quad x < -4$$

• La solución gráfica sería:



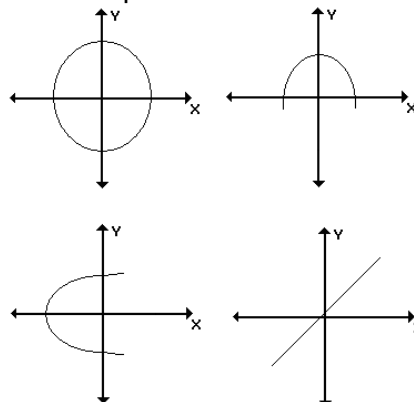
FUNCIÓN

Existen situaciones de la vida diaria en las cuales se observan relaciones entre dos magnitudes. Por ejemplo, la distancia recorrida por un cuerpo y el tiempo empleado para ello; el número de horas trabajadas y el salario recibido; el volumen de un cuerpo y su masa, entre otras.

En cada uno de estos ejemplos se distinguen relaciones entre dos variables: distancia y tiempo, horas de trabajo y salario, volumen y masa.

Una función f es una relación en la cual a cada valor del dominio le corresponde uno y sólo un valor del rango. Además, todo elemento, del dominio tiene una imagen en el rango.

NOTA: Todas las funciones son relaciones pero no todas las relaciones son funciones. Podemos afirmar que una gráfica corresponde a una función si al trazarle líneas verticales la corta en un solo punto.



REPRESENTACIÓN DE LAS FUNCIONES

Las funciones se pueden representar de diversas maneras:

- Representación verbal o lenguaje ordinario: un texto o frase que relacione las dos variables.
- Representación tabular o lenguaje numérico: una tabla de valores que relacione las dos variables.
- Representación algebraica: una expresión algebraica que relacione las dos variables.
- Representación gráfica: una gráfica que relacione las dos variables.

Ejemplo:

La siguiente tabla muestra la distancia que recorre un automóvil, que viaja siempre con la misma rapidez, para diferentes valores del tiempo.

Tiempo (horas)	1	2	3	4	5	6
Distancia(km)	20	40	60	80	100	120

La situación involucra dos variables, el tiempo y la distancia.

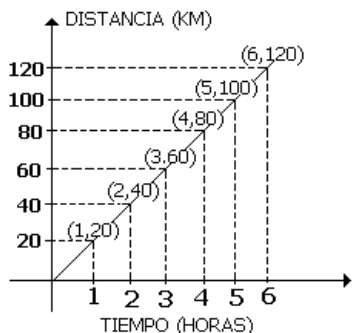
Se puede establecer una relación entre los valores de dichas variables, pues los valores de la variable distancia, dependen de los valores de la variable tiempo. En este caso, se dice que la distancia es la variable dependiente y el tiempo es la variable independiente.

En la tabla de datos, se puede observar que al multiplicar el valor del tiempo por 20, se obtiene el correspondiente valor de la distancia. Por lo tanto, la distancia y el tiempo se relacionan mediante la expresión: $d(t) = 20t$

En donde d representa la distancia y t representa el tiempo.

Los datos de la tabla se pueden representar en un plano cartesiano asignando un par ordenado a cada valor del tiempo y su

respectivo valor de la distancia. La variable independiente, en este caso el tiempo, se representa en el eje horizontal (abscisa) y la variable dependiente, en este caso la distancia, se representa en el eje vertical (ordenada).



FUNCIÓN LINEAL: Se llama función de proporcionalidad directa o, simplemente, función lineal a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales (x,y). Su ecuación tiene la forma $y = mx$ ó $f(x) = mx$. El factor m es la constante de proporcionalidad y recibe el nombre de pendiente de la función porque, como veremos en la siguiente sección, indica la inclinación de la recta que la representa gráficamente. Recuerda: dos magnitudes son directamente proporcionales si su cociente es constante.

Representación gráfica: Como has visto, las funciones lineales se representan gráficamente como líneas rectas. Además, como $y=mx$, si $x=0$ entonces $y=0$; por lo tanto la gráfica de todas las funciones lineales pasa por el punto (0,0). Para dibujar la gráfica basta con obtener las coordenadas de otro punto, dando un valor arbitrario a la x e unir ese punto con el origen de coordenadas (0,0). Si $x=1$, entonces $y=m$, por tanto m representa la variación de la y por cada unidad de x, es decir, la inclinación o pendiente de la recta. Si m es positiva, representa la cantidad que sube la y por cada unidad de x y si m es negativa la cantidad que baja.

CONSTRUCCIÓN DE LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN $y = -\frac{1}{2}x$

1. Dibujamos el punto (0,0)

2. Damos un valor a x.
Para simplificar damos el valor del denominador: $x=2 \Rightarrow y = -1$ y dibujamos el punto (2,-1)

3. Unimos los dos puntos.

Observa que con cualquier punto el cociente entre las dos variables es constante e igual a m:

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{8} = -0,5 = m$$

$m = -\frac{1}{2} = -0,5$

Función afín: Si a dos magnitudes directamente proporcionales se les aplica

alguna condición inicial, la función que las liga ya no es totalmente lineal (las magnitudes ya no son proporcionales). Se dice que es una función afín y su forma es: $y = mx + b$ ó $f(x) = mx + b$. La pendiente, m, sigue siendo la constante de proporcionalidad y el término b se denomina ordenada en el origen porque es el valor que toma y (ordenada) cuando x vale 0 (abscisa en el origen).

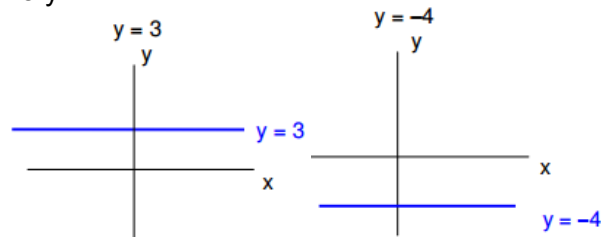
Representación gráfica: Las funciones afines se representan también mediante líneas rectas, pues el término independiente que las diferencia de las funciones de proporcionalidad solo produce una traslación hacia arriba o hacia abajo de la gráfica de éstas. Para dibujar la gráfica necesitamos obtener dos puntos.

- Uno nos lo proporciona la propia ecuación, pues, como hemos visto, la ordenada en el origen, b, nos indica que la recta pasa por el punto (0,b).
- El otro punto se obtiene dando un valor cualquiera a x y obteniendo el correspondiente valor de y. Uniendo los dos puntos tenemos la gráfica de la función.

$y = \frac{3}{2}x + 3$

1. Dibujamos el punto (0,3)
2. Damos un valor a x.
Para simplificar damos el valor del denominador: $x=2 \Rightarrow y = 6$ y dibujamos el punto (2,6)
3. Unimos los dos puntos.

La función constante $y = K$. Su gráfica es una línea recta horizontal, paralela al eje de abscisas. Su pendiente es: $m = 0$. Ejemplos: $y = 3$ y $y = -4$



La recta y su pendiente: Todas las funciones de la forma $f(x) = mx$ y $f(x) = mx + b$, se representan gráficamente por medio de una línea recta, y su estructura es:

$f(x) = mx$ ó en forma análoga: $y = mx$ (lineal)

$$f(x) = mx + b \text{ ó en forma análoga: } y = mx + b \text{ (afín)}$$

Estas funciones reciben el nombre de función lineal, o análogamente ecuación lineal.

Pendiente de una recta: Todas las funciones lineales o afines tienen en común su estructura algebraica además de su forma gráfica. Pero cada una de estas rectas muestra una característica propia y es su inclinación con respecto al eje x, este grado de inclinación recibe el nombre de **Pendiente de la recta**.

En la ecuación $y = mx + b$ la pendiente se identifica fácilmente ya que es la constante que acompaña a x, es decir el valor numérico m. Esta cantidad nos indica la inclinación de la recta con respecto al eje x.

Ejemplos:

1. $f(x) = 2x + 1$, La pendiente m es 2
2. $m(x) = -\frac{3}{4}x - 5$, La pendientes es $-\frac{3}{4}$
3. $y = -3x - 1$, La pendiente es -3

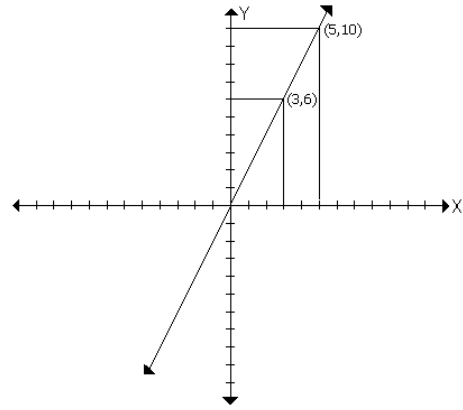
Calculo de la pendiente de una recta: Sean $P = (x_1, y_1)$ y $Q = (x_2, y_2)$ dos puntos cualesquiera, y r la recta que pasa por dichos puntos. La pendiente m de la recta r, se define como la razón entre la diferencia de los valores de **y** sobre los valores de **x**. La variación en y se expresa como $y_2 - y_1$, y la variación en x se expresa como $x_2 - x_1$, por lo tanto la razón entre estas diferencias se expresa mediante la

$$\text{igualdad } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo: Dados los puntos (3,6) y (5,10), hallar la pendiente de la recta que pasa por dichos puntos.

Solución: Tomemos el punto (3, 6) como (x_1, y_1) y el punto (5, 10) como (x_2, y_2) . De acuerdo con la definición, el valor de la pendiente de la recta que pasa por estos puntos es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{10 - 6}{5 - 3} \quad m = \frac{4}{2} \quad m = 2$$



Ecuación de la recta que pasa por dos puntos: Ecuación de la recta que pasa por dos puntos o ecuación punto – pendiente es:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

Ejemplo: Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (4, 10) y (-2,-2).

Solución:

Primero hallamos la pendiente, el punto (4, 10) como (x_1, y_1) y el punto (-2, -2) como (x_2, y_2) . De acuerdo con la definición, el valor de la pendiente de la recta que pasa por estos puntos es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{-2 - 10}{-2 - 4} \quad m = \frac{-12}{-6} \quad m = 2$$

Para encontrar la ecuación cogemos el valor de la pendiente y cualquiera de los dos puntos y hallamos la ecuación así:

Pendientes: $m = 2$

Punto: (4, 10) = (x_1, y_1)

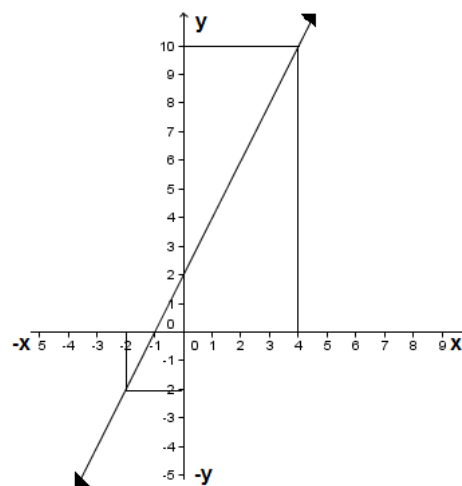
Ecuación: $(y - y_1) = m(x - x_1)$:

$$(y - 10) = 2(x - 4)$$

$$(y - 10) = 2x - 8$$

$$y = 2x - 8 + 10$$

$$y = 2x + 2$$



4. EJERCITACIÓN:

1) Resolver las siguientes ecuaciones:

1.1) $|3 - x| = 4$

1.2) $|5x - 3| = 2$

1.3) $1 - |2 - x| = -6$

1.4) $3 - 2|4x - 1| = 9$

1.5) $\frac{3}{2}|3x - 1| = 6$

1.6) $|3 - x| + |x| = 0$

1.7) $|x| + |x - 1| = -3$

1.8) $\left|\frac{1-x}{2}\right| = 1$

1.9) $\left|x - \frac{3}{2}\right| = 2$

1.10) $\frac{|1-x|}{3} = 9$

1.11) $\left|\frac{1-2x}{x}\right| = 4$

1.12) $|1-x| = |3x-1|$

2) Resolver las siguientes desigualdades. Represente las soluciones en notación de intervalos y geoméricamente

2.1) $|2 - x| \geq 2$

2.2) $|x - 3| < 5$

2.3) $2 - |4 - x| \leq -5$

2.4) $2|4x - 1| > 9$

2.5) $\frac{3}{2}|2x - 3| < 5$

2.6) $\frac{|1-x|}{2} \leq 2$

2.7) $3|x - 1| + 1 > -3$

2.8) $\left|\frac{1-x}{2}\right| \leq -1$

2.9) $1 + \left|x - \frac{3}{2}\right| \geq 2$

2.10) $\left|\frac{2-x}{3}\right| - \frac{1}{2} \geq 2$

2.11) $|1-x| + |3x-1| \leq 0$

3. En las siguientes afirmaciones identificar cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.

a. A más horas trabajadas por una persona, mayor es el sueldo.

b. El dinero que se paga por cierta cantidad de esferos es mayor cuando hay más esferos.

c. La distancia recorrida por un camión a velocidad constante, es mayor cuando ha transcurrido más horas.

4. Escribir cada situación como una función en forma algebraica

a. El precio de venta V de un artículo, es el doble del precio de compra C del artículo, más 500 pesos.

b. La cantidad de pasos de una persona P en cierto trayecto, es el triple de pasos dados por un niño menos uno.

c. El dinero d pagado por el transporte a cierto lugar es de \$ 900 por persona p .

5. Escribir la función que corresponde a cada tabla de valores

x	y
1	1
2	2
3	3
4	4

x	y
0	0
-2	-4
1	2
2	4

6. En la fabricación de una torta para cinco personas, la receta muestra que se necesitan 100 cm^3 de leche.

a. Realizar una tabla y una gráfica que muestre la cantidad de leche necesaria en la fabricación de una torta para 5, 10, 15, 20 y 25 personas.

b. Si la receta es para 100 personas ¿cuántos mililitros de leche se necesitan?

7. Una fábrica de zapatos vendió en dos meses, en promedio de 500 pares de zapatos y en ocho meses vendió 1 100 pares. ¿Cuántos pares de zapatos venderá en x meses? Haga una gráfica meses-pares vendidos que represente la situación.

8 Traza las siguientes funciones de gráfica lineal o afín, hallar el intercepto, la pendiente, el dominio y el rango:

a. $y = x$	b. $4x + 3y = 8$	c. $y = \frac{x + 6}{2}$	d. $f(x) = -3x$
e. $y = 4x + 5$	f. $y = -2x + 4$	g. $3y + 9 = x$	h. $f(x) = -2x + 3$
i. $y = 8 - 3x$	j. $f(x) = 5x - 4$	k. $f(x) = 3x + 3$	l. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{5}$
m. $f(x) = \frac{x}{2} + 4$	n. $f(x) = x + 1/2$	o. $f(x) = -2x - 1$	p. $f(x) = -x + 6$

9. Las siguientes son preguntas de selección múltiple con única respuesta.

La pregunta 9.1 y 9.2 se contestan con base en la siguiente información: Un grupo de personas vendió calculadoras para recolectar dinero y poder realizar una práctica de campo. Se vendieron calculadoras pequeñas a \$ 8. 000 cada una, y calculadoras grandes al doble de las pequeñas.

9.1 Si se han vendido cierto número de calculadoras grandes y el triple de esa cantidad, de calculadoras pequeñas, por un total de \$ 1. 000. 000, el número de calculadoras vendidas fue:

- a. 25 grandes y 15 pequeñas
 b. 25 grandes y 25 pequeñas
 c. 25 grandes y 75 pequeñas
 d. 75 grandes y 25 pequeñas.

9.2 Si se vende el doble de calculadoras grandes que de pequeñas, el valor total de la venta fue de:

- a. Más de \$ 500.000
 b. Menos de \$ 400.000
 c. Entre \$ 450.000 y \$ 490.000
 d. Entre \$ 490.000 y \$ 500.000

9.3 La pendiente de la recta que pasa por los puntos (1,-1) y (-2,2) es:

- a. -3
 b. -1
 c. 1
 d. 3

9.4 La ecuación de la recta que pasa por el punto (0,2) y cuya pendiente es igual a 3 es:

- a. $y = 3x + 2$
 b. $y = -3x + 2$
 c. $y = 2x + 3$
 d. $y = -2x + 3$

9.5 De las siguientes ecuaciones, corresponde a una recta que no pasa por el punto (0,5).

- a. $y = 2x + 5$
 b. $y = -5x + 5$
 c. $y = 5x + 2$
 d. $y = x + 5$

10. Realiza los siguientes ejercicios

- a. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(3,-2) y B(7,4) y graficarla
 b. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos T(-2,-2) y S(-4,6) y graficarla
 c. Hallara la ecuación general de la recta que pasa por el punto A(1,5) y tiene $m=2$. Graficarla.
 d. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(4,2) y B(-5,7) y graficarla.

11. Plantear y resolver los siguientes problemas:

A. Un experimento se inicia con 100 bacterias y este número aumenta con el tiempo de acuerdo con la fórmula: $B(t) = t^4 + 100$; el tiempo está dado en días.

- a. ¿Cuántas bacterias hay en el segundo día?
 b. ¿Cuántas en el tercer día?

B. El precio de una artículo en el tiempo t (en años) está dado por la función: $f(t) = 200t + 25000$.

- a. ¿Cuál es el precio del artículo en 9 años?
 b. ¿En qué año el artículo tendrá un valor de \$28000?

C. Una población de conejos en una granja se comporta de acuerdo con la fórmula: $p(t) = \frac{2500t}{t+5}$; el tiempo está dado en meses.

- a. ¿Cuántos conejos hay en 15 meses?
 b. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que se tenga una población de 2000 conejos?

D. Una empresa que se dedica a la elaboración de un tipo de lápices establece una ecuación para estimar el costo de producción de ciertos números de lápices mediante la expresión: $c(x) = 250x + 300$

- a. ¿Cuánto cuesta fabricar 2500 unidades de lápices?
 b. Si el empresario decide disponer de \$5000000 de pesos, ¿Cuántas unidades podría fabricar?

5. METODOLOGÍA DE ESTUDIO PROPIA DE LA ASIGNATURA

1. Lea e interprete los enunciados de los ejercicios.
2. Seleccione los datos que le proporciona el enunciado y que sirven para solucionar el ejercicio.
3. Determine los datos que debe hallar y el procedimiento que debe seguir.
4. Realice el algoritmo o procedimiento que debe seguir para la solución del ejercicio.
5. Verifique que el procedimiento realizado este correcto.
6. Escriba claramente la respuesta con su procedimiento.

6. BIBLIOGRAFÍA:

- ✓ UNI MUÑOZ, Viviana y Otros. Zona Activa Matemáticas 9º. Editorial Norma S.A. Bogotá, 2011.
- ✓ ORTIZ ORTEGA, Martha Cecilia. Formula algebra y geometría 9º. Editorial Voluntad S.A. Bogota, 2009.